کمیت‌های متوسط در حرکت

فرمول‌های ۶۳، ۶۴ و ۶۵

۶۳ سرعت متوسط

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

۶۴ تندی متوسط

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

۶۵ شتاب متوسط

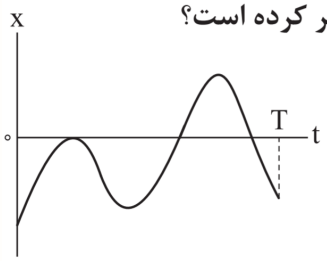
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Δt بازهٔ زمانی — Δv تغییر سرعت (m/s) — ■ مسافت (m) — Δx جابه‌جایی (m)

✓ تست آسان

سؤال شماره ۱ جزوه

۴۷- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در بازهٔ زمانی صفر تا T، جهت حرکت متحرک و جهت بردار مکان آن، به ترتیب از راست به چپ، چند مرتبه تغییر کرده است؟

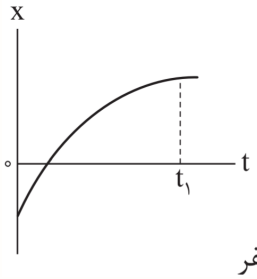


۱) ۳، ۲
۲) ۳، ۳
۳) ۲، ۲
۴) ۲، ۳

■ تست متوسط

سؤال شماره ۲ جزوه

۴۸- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 چه تعداد از موارد زیر دربارهٔ این متحرک درست است؟



الف) اندازهٔ بردار مکان متحرک، به طور پیوسته افزایش می‌یابد.
ب) تندی متحرک به طور پیوسته کاهش می‌یابد.
پ) شتاب متحرک، پیوسته در جهت محور x است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

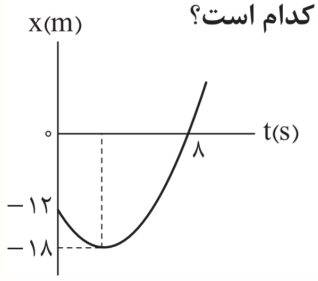
کمیت‌های متوسط در حرکت

ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۶۳، ۶۴ و ۶۵

تست دشوار

سؤال شماره ۳ جزوه

۴۹- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در بازهٔ زمانی‌ای که بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x است، سرعت متوسط متحرک برحسب متر بر ثانیه کدام است؟



۱) $۱/۵\vec{i}$

۲) $-۱/۵\vec{i}$

۳) $۳\vec{i}$

۴) $-۳\vec{i}$

تست آسان

سؤال شماره ۴ جزوه

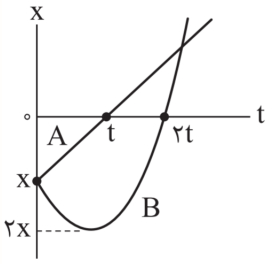
۵۰- معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = t^۲ - ۴t + ۵$ است. شتاب متوسط این متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که سرعت آن به $\vec{v} = (۱\,m/s)\vec{i}$ می‌رسد، برحسب متر بر مربع ثانیه کدام است؟

۱) $۴\vec{i}$ ۲) $-۴\vec{i}$ ۳) $۲\vec{i}$ ۴) $-۲\vec{i}$

تست متوسط

سؤال شماره ۵ جزوه

۵۲- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. کدام مقایسه دربارهٔ تندی متوسط (s_{av}) و اندازهٔ سرعت متوسط (v_{av}) این دو متحرک در بازهٔ زمانی که هر متحرک از مکان اولیه‌اش به مبدأ مکان می‌رسد، درست است؟



۱) $v_{av_A} > v_{av_B}$ ، $s_{av_A} > s_{av_B}$

۲) $v_{av_A} < v_{av_B}$ ، $s_{av_A} > s_{av_B}$

۳) $v_{av_A} > v_{av_B}$ ، $s_{av_A} < s_{av_B}$

۴) $v_{av_A} < v_{av_B}$ ، $s_{av_A} < s_{av_B}$

کمیت‌های متوسط در حرکت

ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۶۳، ۶۴ و ۶۵

تست دشوار

سؤال شماره ۶ جزوه

۵۳- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = -3t^2 + 12t + 10$ است. در لحظهٔ t_1 جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. در لحظهٔ t_2 متحرک از مکان اولیهٔ خود عبور می‌کند. تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

حرکت با سرعت ثابت

فرمول ۶۷

۶۷ معادلهٔ مکان-زمان با سرعت ثابت

$$x = vt + x_0$$

t	زمان (s)
v	سرعت ثابت (m/s)
x_0	مکان اولیه (m)
x	مکان (m)

✓ تست آسان

سؤال شماره ۷ جزوه

۴۶- متحرکی با سرعت ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند و در لحظه‌های $t_1 = 3\ s$ و $t_2 = 12\ s$ به ترتیب از مکان‌های $x_1 = 15\ m$ و $x_2 = -12\ m$ عبور می‌کند. بردار مکان اولیهٔ متحرک برحسب متر کدام است؟

۱) $21\vec{i}$ ۲) $-21\vec{i}$ ۳) $24\vec{i}$ ۴) $-24\vec{i}$

■ تست متوسط

سؤال شماره ۸ جزوه

۵۹- خودرویی با تندی ثابت v بدون تغییر جهت، در مسیری مستقیم حرکت می‌کند و فاصلهٔ بین دو نقطهٔ A و B را در مدت ۴۰ min طی می‌کند. اگر خودرو در همین مسیر با تندی ثابت $v + 10\ km/h$ حرکت کند، فاصلهٔ بین این دو نقطه را در مدت ۳۰ min طی خواهد کرد. فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B چند کیلومتر است؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

■ تست دشوار

سؤال شماره ۹ جزوه

۶۰- دو متحرک A و B روی محور x در فاصلهٔ معینی از هم قرار دارند. اگر دو متحرک به ترتیب با تندی‌های ثابت v_A و v_B در یک جهت حرکت کنند، پس از ۱۲ s و اگر با همان تندی‌ها به سمت یکدیگر حرکت کنند، پس از ۸ s به هم می‌رسند. v_A چند برابر v_B است؟ $(v_A > v_B)$

۱) ۱/۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۳ ۴) ۵

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

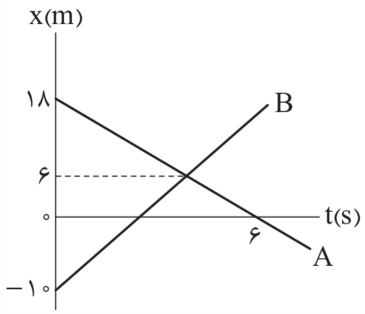
حرکت با سرعت ثابت

ادامهٔ تست‌های فرمول ۶۷

تست آسان

سؤال شماره ۱۰ جزوه

۶۱- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در این حرکت، چند ثانیه، فاصلهٔ دو متحرک کم‌تر از ۷ m یا مساوی آن است؟

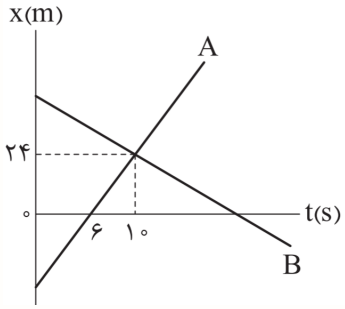


۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۵

تست متوسط

سؤال شماره ۱۱ جزوه

۶۲- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. اگر فاصلهٔ دو متحرک در مبدأ زمان برابر ۱۰۰ m باشد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، جهت بردار مکان متحرک B تغییر می‌کند؟



۱) ۱۵
۲) ۱۶
۳) ۱۸
۴) ۲۰

تست دشوار

سؤال شماره ۱۲ جزوه

۶۳- روی دو ریل مستقیم و موازی، دو قطار A و B به ترتیب با تندی‌های ثابت ۵۰ km / h و ۴۰ km / h به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند. طول دو قطار به ترتیب ۲۰۰ m و ۳۰۰ m و فاصلهٔ جلوی آن‌ها در مبدأ زمان برابر با ۴۰۰ m است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، دو قطار به طور کامل از کنار یکدیگر عبور می‌کنند؟

۱) ۱۰
۲) ۱۸
۳) ۲۰
۴) ۳۶

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

معادله‌های حرکت با شتاب ثابت

فرمول‌های ۶۶، ۶۸، ۶۹ و ۷۰

۶۶ معادلهٔ مکان-زمان

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

۶۸ معادلهٔ سرعت-زمان

$$v = at + v_0$$

۶۹ معادلهٔ مستقل از شتاب

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

۷۰ معادلهٔ مستقل از زمان

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x$$

v سرعت (m/s)	x■ مکان اولیه (m)	x مکان (m)	
t زمان (s)	a شتاب ثابت (m/s²)	v■ سرعت اولیه (m/s)	

تست آسان — سؤال شماره ۱۳ جزوه

۴۹- متحرکی با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند. اگر تندی متحرک در مکان‌های $x_1 = ۳\ m$ و $x_2 = -۹\ m$ به ترتیب برابر $۱۶\ m/s$ و $۲۰\ m/s$ باشد، شتاب متحرک در SI کدام است؟

۱) $۶\vec{i}$ ۲) $-۶\vec{i}$ ۳) $۱۲\vec{i}$ ۴) $-۱۲\vec{i}$

تست متوسط — سؤال شماره ۱۴ جزوه

۵۰- معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = ۴t - ۶$ است. سرعت متوسط متحرک در ۰/۵ ثانیهٔ پنجم چند متر بر ثانیه است؟

۱) $۳\vec{i}$ ۲) $-۳\vec{i}$ ۳) $۴\vec{i}$ ۴) $-۴\vec{i}$

تست دشوار — سؤال شماره ۱۵ جزوه

۵۱- تندی خودرویی که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، در هر دو لحظهٔ $t_1 = ۴\ s$ و $t_2 = ۸\ s$ برابر $۶\ m/s$ است. اگر شتاب متحرک در جهت محور x باشد، سرعت متحرک در مبدأ زمان برابر چند متر بر ثانیه است؟

۱) $۳۶\vec{i}$ ۲) $-۳۶\vec{i}$ ۳) $۱۸\vec{i}$ ۴) $-۱۸\vec{i}$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

معادله‌های حرکت با شتاب ثابت

ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۶۶، ۶۸، ۶۹ و ۷۰

تست آسان

سؤال شماره ۱۶ جزوه

۵۲- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = -2t^2 + 6t + 11$ است. در بازه‌ای که سرعت متحرک از $(2\ m/s)\vec{i}$ به $(-6\ m/s)\vec{i}$ می‌رسد، جابه‌جایی متحرک برحسب متر کدام است؟

۱) $-4\vec{i}$ ۲) $-8\vec{i}$ ۳) $4\vec{i}$ ۴) $8\vec{i}$

تست متوسط

سؤال شماره ۱۷ جزوه

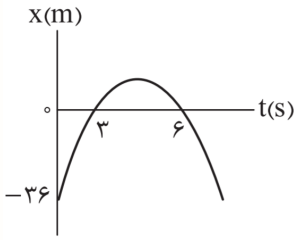
۵۳- خودرویی در مسیر مستقیم با تندی $90\ km/h$ در حال حرکت است. در لحظه‌ای، رانندهٔ خودرو ترمز می‌گیرد و تندی خودرو با شتاب ثابت کاهش می‌یابد و خودرو پس از طی مسافت $75\ m$ متوقف می‌شود. اندازهٔ جابه‌جایی خودرو در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت آن چند متر است؟

۱) ۲۵ ۲) ۱۲/۵ ۳) $\frac{50}{3}$ ۴) $\frac{25}{3}$

تست دشوار

سؤال شماره ۱۸ جزوه

۵۴- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک در ۴ ثانیهٔ دوم چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۳
۲) ۳/۱۲۵
۳) ۶
۴) ۶/۲۵

معادله‌های حرکت با شتاب ثابت

ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۶۶، ۶۸، ۶۹ و ۷۰

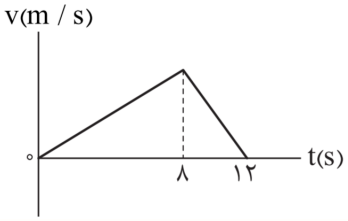
تست آسان — سؤال شماره ۱۹ جزوه

۵۵- جهت حرکت متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، در لحظهٔ $t = 4s$ تغییر می‌کند. اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در ۵ ثانیهٔ اوّل، چند برابر مسافت طی‌شده توسط آن در ۳ ثانیهٔ دوم است؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) $\frac{17}{3}$ ۴) $\frac{17}{5}$

تست متوسط — سؤال شماره ۲۰ جزوه

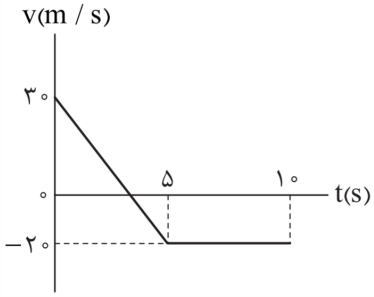
۵۶- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 3\,s$ تا $t_2 = 9\,s$ برابر $0/25\,m/s^2$ باشد، بیشینهٔ تندی متحرک چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۱۲

تست دشوار — سؤال شماره ۲۱ جزوه

۵۷- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اوّل چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۷/۵
۲) ۱۶
۳) ۱۶/۵
۴) ۲۳

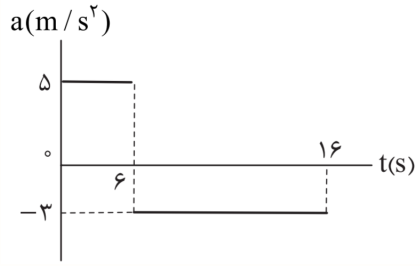
معادله‌های حرکت با شتاب ثابت

ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۶۶، ۶۸، ۶۹ و ۷۰

تست آسان

سؤال شماره ۲۲ جزوه

۵۸- نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که در امتداد محور x و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، به شکل زیر است. مسافت طی‌شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 6\ s$ تا $t_2 = 16\ s$ برابر چند متر است؟

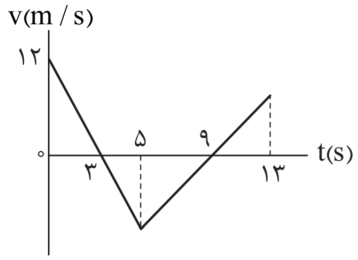


۱) ۱۵۰
۲) ۲۴۰
۳) ۳۰۰
۴) ۴۸۰

تست متوسط

سؤال شماره ۲۳ جزوه

۵۹- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در بازهٔ زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 12\ s$ مسافت طی شده توسط متحرک، چند برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن است؟



۱) ۵/۸
۲) ۶/۸
۳) ۱۶
۴) ۱۷

تست دشوار

سؤال شماره ۲۴ جزوه

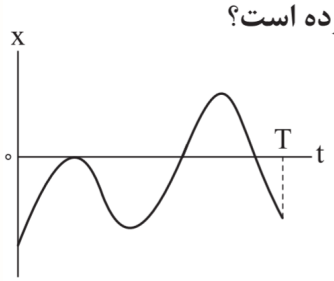
۶۰- متحرکی روی محور x در مبدأ زمان در خلاف جهت محور x از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و به مدت ۲۰ s با شتاب ثابت a_1 به حرکت خود ادامه می‌دهد. در ۱۰ ثانیهٔ بعدی با شتاب ثابت a_2 تندی خود را کاهش می‌دهد تا متوقف شود. اگر مسافت طی‌شده توسط متحرک در این ۳۰ s برابر ۳۶۰ m باشد، شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 5\ s$ تا $t_2 = 25\ s$ در SI کدام است؟

۱) $0/3\vec{i}$
۲) $0/6\vec{i}$
۳) $-0/3\vec{i}$
۴) $-0/6\vec{i}$

پاسخ تشریحی

پاسخ سؤال ۱

نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. در بازهٔ زمانی صفر تا T، جهت حرکت متحرک و جهت بردار مکان آن، به ترتیب از راست به چپ، چند مرتبه تغییر کرده است؟



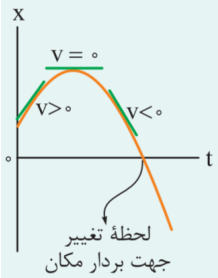
۱) ۲، ۳

۲) ۳، ۳

۳) ۲، ۲

۴) ۳، ۲

پاسخ: گزینهٔ ۱



شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان بیانگر سرعت متحرک است. شرط تغییر جهت متحرک، صفرشدن سرعت $(v = ۰)$ و تغییر علامت آن است که در قله‌ها و دره‌های نمودار $x - t$ رخ می‌دهد. از طرفی در نمودار $x - t$، بردار مکان متحرک هنگام عبور نمودار از محور زمان تغییر جهت می‌دهد.

گام اول: در قله‌ها و دره‌های نمودار $x - t$، سرعت متحرک صفر می‌شود و سپس تغییر جهت می‌دهد. نمودار، دو قله و یک دره دارد! پس متحرک سه بار (در لحظه‌های t_1، t_2 و t_3 در شکل زیر) تغییر جهت داده است.

گام دوم: با عبور نمودار از محور زمان، بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد. دو مرتبه در لحظه‌های t_3 و t_5 نمودار از محور زمان عبور کرده است، پس بردار مکان، دو بار تغییر جهت داده است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ تشریحی

پاسخ سؤال ۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

بررسی موارد:

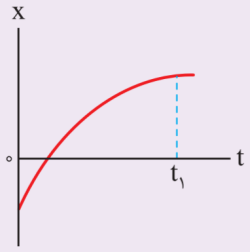
الف) طبق نمودار، متحرک ابتدا به مبدأ مکان می‌رود و سپس از آن فاصله می‌گیرد؛ پس اندازهٔ بردار مکان ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. ✗

ب) اندازهٔ شیب مماس بر نمودار $x-t$ برابر تندی متحرک است. با توجه به نمودار، اندازهٔ شیب و بنابراین تندی در حال کاهش است. ✓

پ) جهت تقعر نمودار به طرف پایین است؛ بنابراین شتاب متحرک در خلاف جهت محور x است. ✗

شکل زیر نمودار مکان ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است.

(فیزیک ۳ ـ پرسش ۱ ـ ۵ صفحهٔ ۱۰ کتاب درسی)



الف) از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ t_1 سرعت متحرک رو به افزایش است یا کاهش؟

ب) اگر در لحظهٔ t_1 خط مماس بر منحنی، موازی محور زمان باشد، سرعت متحرک در این لحظه چه‌قدر است؟

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ سؤال ۳

پاسخ تشریحی

پاسخ: گزینهٔ ۱

بازهٔ زمانی‌ای که بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x است را به دست آورید؛ سپس از رابطهٔ $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}$، بردار سرعت متوسط را محاسبه کنید.

بردار سرعت متوسط متحرک از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_۲ - \vec{x}_۱}{t_۲ - t_۱}$$

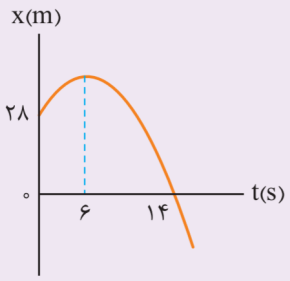
گام اول: در بازهٔ زمانی‌ای که نمودار مکان ـ زمان متحرک زیر محور زمان است، بردار مکان متحرک خلاف جهت محور x است، یعنی بازهٔ زمانی ۰ تا ۸ ثانیه.

گام دوم: با محاسبهٔ جابه‌جایی در این بازهٔ زمانی و جای‌گذاری در رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{[۰-(-۱۲)]\vec{i}}{۸-۰} = (۱/۵\ m/s)\vec{i}$$

نمودار مکان ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی‌ای که بردار مکان متحرک در جهت محور x است، چند متر بر ثانیه است؟

(سؤال ۵۲ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)



۱) $\frac{۲۳}{۷}$

۲) $\frac{۲}{۷}$

۳) ۲

۴) ۱۲

پاسخ سؤال ۴

پاسخ تشریحی

پاسخ: گزینهٔ ۴

سرعت در مبدأ زمان (v_0) و لحظهٔ t_1 که بردار سرعت در آن لحظه برابر $\vec{v}_1 = (1\ m/s)\vec{i}$ است را به دست آورید و سپس از رابطهٔ $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ سؤال را حل کنید.

بردار شتاب متوسط متحرک از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

$(\vec{v})$: بردار سرعت متحرک (m/s)

t: زمان (s)

گام اول: سرعت متحرک در مبدأ زمان را به دست می‌آوریم:

$$v_0 = (0)^2 - 4(0) + 5 = 5\ m/s$$

گام دوم: اکنون لحظه‌ای را که سرعت متحرک $1\ m/s$ است، محاسبه می‌کنیم:

$$v = t^2 - 4t + 5 = 1 \Rightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow (t-2)^2 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

گام سوم: بردار شتاب متوسط متحرک را در بازهٔ زمانی ۰ تا ۲ ثانیه به دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{v_{2s} - v_0}{2-0} = \frac{(1-5)\vec{i}}{2} = (-2\ m/s^2)\vec{i}$$

معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی در SI به صورت $v = 2t^2 - 8$ است. شتاب متوسط آن در ۲ ثانیهٔ دوم چند متر بر مربع ثانیه است؟ *(سؤال ۴۸ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)*

۱) ۱۸ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۴

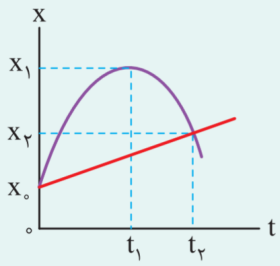
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ سؤال ۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

s_{av} و v_{av} را برای دو متحرک A و B با استفاده از نمودار به دست آورید و سپس اندازهٔ آن‌ها را مقایسه کنید.

شیب خط قاطع در نمودار x ـ t برابر با سرعت متوسط است:



$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{x}_{۲} - \vec{x}_{۰}}{t_{۲} - ۰}$$

برای محاسبهٔ تندی متوسط باید اندازهٔ جابه‌جایی در دو طرف لحظهٔ تغییر جهت $(t_۱)$ را بر زمان تقسیم کنیم:

$$s_{av} = \frac{|x_۱ - x_۰| + |x_۲ - x_۱|}{t_۲ - ۰}$$

گام اول: برای مقایسهٔ تندی متوسط دو متحرک، ابتدا مسافت طی‌شدهٔ متحرک‌ها را در بازهٔ زمانی‌ای که به مبدأ مکان می‌رسند، به دست می‌آوریم و سپس تندی‌های متوسط دو متحرک را مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} s_{av_A} = \frac{x}{t} \\ s_{av_B} = \frac{۳x}{۲t} \end{cases} \Rightarrow s_{av_B} > s_{av_A}$$

گام دوم: ابتدا اندازهٔ جابه‌جایی‌ها و سپس اندازهٔ سرعت متوسط‌های دو متحرک را محاسبه و آن‌ها را مقایسه می‌کنیم:

$$\begin{cases} v_{av_A} = \frac{x}{t} \\ v_{av_B} = \frac{x}{۲t} \end{cases} \Rightarrow v_{av_A} > v_{av_B}$$

پاسخ سؤال ۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

لحظات t_1 (تغییر جهت متحرک) و t_2 (بازگشت به مکان اولیه) را به دست آورید و سپس تندی متوسط متحرک را محاسبه کنید.

معادلهٔ حرکت شتاب ثابت به فرم زیر می‌باشد:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

(x_0: مکان اولیه (m)، v_0: سرعت اولیه (m/s)، a: شتاب ثابت (m/s^2))

لحظهٔ تغییر جهت متحرک $t = -\frac{v_0}{a}$ و جابه‌جایی متحرک تا لحظهٔ توقف $\Delta x = \frac{-v_0^2}{2a}$ می‌باشد.

گام اول: در لحظهٔ تغییر جهت متحرک (t_1) سرعت لحظه‌ای صفر می‌شود:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 = -3t^2 + 12t + 10 \\ v = at + v_0 = -6t + 12 \end{cases} \xrightarrow{v_{t_1} = 0} -6t_1 + 12 = 0 \Rightarrow t_1 = 2\,s$$

گام دوم: با توجه به این‌که متحرک در لحظهٔ t_2 به مکان اولیهٔ $x_0 = 10\,m$ برمی‌گردد، داریم:

$$10 = -3t^2 + 12t + 10 \Rightarrow 3t^2 - 12t = 0 \Rightarrow 3t(t-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \text{ غ ق ق} \\ t_2 = 4\,s \end{cases}$$

گام سوم: برای محاسبهٔ تندی متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، با توجه به این‌که اندازهٔ جابه‌جایی با مسافت طی‌شده بعد از لحظهٔ تغییر جهت برابر است، داریم:

$$\begin{cases} t_1 = 2\,s \Rightarrow x_1 = -3(2)^2 + 12(2) + 10 = 22\,m \\ t_2 = 4\,s \Rightarrow x_2 = 10\,m \end{cases}$$

$$s_{av} = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{|10 - 22|}{4 - 2} = 6$$

پاسخ سؤال ۷

پاسخ: گزینهٔ ۳

به کمک معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت سرعت ثابت و تشکیل دستگاه معادلاتی، بردار مکان اولیه را به دست آورید.

برای متحرکی که با سرعت ثابت بر روی خط راست حرکت می‌کند، معادلهٔ مکان ـ زمان به صورت زیر است:

$$x = vt + x_0$$

در رابطهٔ بالا، v سرعت جسم و x_0 مکان اولیهٔ جسم است.

گام اول: اطلاعات عددی مسئله را در معادلهٔ مکان ـ زمان قرار می‌دهیم:

$$3v + x_0 = 15 \qquad (I)$$

$$12v + x_0 = -12 \qquad (II)$$

گام دوم: با استفاده از معادلات به‌دست‌آمده و تشکیل دستگاه معادلاتی، مجهول مسئله را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 3v + x_0 = 15 \\ 12v + x_0 = -12 \end{cases} \Rightarrow x_0 = 24\ \text{m} \Rightarrow \vec{x}_0 = (24\ \text{m})\vec{i}$$

دونده‌ای با سرعت ثابت در جهت محور x حرکت می‌کند و در لحظه‌های $t_1 = 0\ s$ و $t_2 = 12\ s$ به ترتیب از مکان‌های $x_1 = -36m$ و $x_2 = +36m$ می‌گذرد. (سؤال ۲ ـ امتحان نهایی تجربی خرداد ۱۴۰۴)

الف) بردار مکان دونده را در لحظهٔ t_1 رسم کنید.

ب) معادلهٔ مکان ـ زمان دونده را در SI بنویسید.

پ) مسافت پیموده‌شده توسط دونده در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۲ s چند متر است؟

پاسخ سؤال ۸

پاسخ: گزینهٔ ۲

با نوشتن روابط حرکت سرعت ثابت، دو معادله به دست می‌آید؛ با ترکیب آن‌ها مسئله را حل کنید.

معادلات حرکت سرعت ثابت به صورت مقابل است:

$$\begin{cases} x = vt + x_0 \rightarrow \text{مکان اولیه (m)} \\ \Delta x = v\Delta t \\ \downarrow \\ \text{جابه‌جایی (m)} \end{cases}$$

گام اول: در حرکت با تندی ثابت از رابطهٔ $\Delta x = v\Delta t$ استفاده می‌کنیم. توجه کنیم که اگر تندی برحسب km/h باشد، Δt و Δx به ترتیب باید برحسب h و km باشند:

$$\Delta x_{AB} = vt_1 \xrightarrow{t_1 = ۴۰\,min = \frac{۲}{۳}h} \Delta x_{AB} = v(\frac{۲}{۳}) \quad (۱)$$

$$\Delta x_{AB} = (v+۱۰)t_2 \xrightarrow{t_2 = ۳۰\,min = \frac{۱}{۲}h} \Delta x_{AB} = \frac{(v+۱۰)}{۲} \quad (۲)$$

گام دوم: از برابری روابط (۱) و (۲) ابتدا v و سپس Δx_{AB} را به دست می‌آوریم:

$$v(\frac{۲}{۳}) = \frac{(v+۱۰)}{۲} \Rightarrow ۴v = ۳v + ۳۰ \Rightarrow v = ۳۰\,km/h \xrightarrow{\Delta x_{AB} = v(\frac{۲}{۳})} \Delta x_{AB} = ۳۰(\frac{۲}{۳}) = ۲۰\,km$$

پاسخ سؤال ۹

پاسخ: گزینهٔ ۴

با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت سرعت ثابت در دو حالت داده‌شده در سؤال، دو معادله به دست آورید و با حل دستگاه معادله‌ها، $\frac{v_A}{v_B}$ را حساب کنید.

در سؤالات حرکت سرعت ثابت می‌توان از روش سرعت نسبی به صورت زیر استفاده کرد. اگر دو متحرک در یک جهت حرکت کنند:

$$v_{\text{نسبی}} = v_A - v_B$$

و اگر به طرف هم حرکت کنند:

$$v_{\text{نسبی}} = v_A + v_B$$

گام اول: مکان متحرک A را مبدأ مکان فرض می‌کنیم و فاصلهٔ دو متحرک را d در نظر می‌گیریم. معادلات مکان ـ زمان دو متحرک را در حالتی که در یک جهت حرکت می‌کنند می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t \\ x_B = v_B t + d \end{cases} \xrightarrow[t=۱۲s]{x_A = x_B} ۱۲v_A = ۱۲v_B + d \Rightarrow d = ۱۲(v_A - v_B) \qquad (۱)$$

گام دوم: معادله‌های مکان ـ زمان دو متحرک را برای حالتی که به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند، می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x_A = v_A t \\ x_B = -v_B t + d \end{cases} \xrightarrow[t=۸\,s]{x_A = x_B} ۸v_A = -۸v_B + d \Rightarrow ۸(v_A + v_B) = d \qquad (۲)$$

گام سوم: با برابر قرار دادن معادلات (۱) و (۲) خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$۱۲(v_A - v_B) = ۸(v_A + v_B) \Rightarrow ۳v_A - ۳v_B = ۲v_A + ۲v_B \Rightarrow v_A = ۵v_B \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = ۵$$

گام اول: سرعت نسبی دو متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} (v_A - v_B)(۱۲) = d \\ (v_A + v_B)(۸) = d \end{cases}$$

گام دوم: با برابر قرار دادن دو معادلهٔ بالا داریم:

$$(v_A - v_B)(۱۲) = (v_A + v_B)(۸) \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = ۵$$

پاسخ سؤال ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

با توجه به نمودار، معادلات حرکت دو متحرک را به دست آورده و خواستهٔ مسئله را محاسبه کنید.

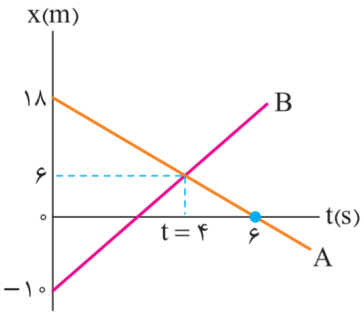
گام اول: چون نمودار مکان ـ زمان هر دو متحرک، به صورت خط راست است، نوع حرکت آن‌ها سرعت ثابت است. معادلات مکان ـ زمان متحرک A را می‌نویسیم:

$$v_A = \frac{0-18}{6-0} = -3\ m/s \quad و \quad x_{0(A)} = 18\ m \Rightarrow x_A = -3t+18 \quad (I)$$

لحظه‌ای که نمودارها یکدیگر را قطع می‌کنند، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$x_A = 6\ m \xrightarrow{(I)} 6 = -3t+18 \Rightarrow -3t = -12 \Rightarrow t = 4\ s$$

معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک B به صورت زیر به دست می‌آید:



$$v_B = \frac{6-(-10)}{4} = 4\ m/s \quad و \quad x_{0(B)} = -10\ m \Rightarrow x_B = 4t-10$$

گام دوم: فاصلهٔ دو متحرک، باید کم‌تر یا مساوی ۷ متر باشد:

$$|x_A - x_B| \le 7 \Rightarrow |-3t+18-(4t-10)| \le 7 \Rightarrow |7t-28| \le 7 \Rightarrow -7 \le 7t-28 \le 7$$

$$\Rightarrow -1 \le t-4 \le 1 \Rightarrow 3\ s \le t \le 5\ s$$

بنابراین فاصلهٔ دو متحرک، مجموعاً به مدت $5-3=2\ s$ کم‌تر یا مساوی ۷ متر است.

پاسخ سؤال ۱۱

با توجه به نمودار، ابتدا v_A و بعد v_B را محاسبه کنید و در آخر با استفاده از رابطهٔ $v=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان متحرک B را به دست آورید.

۳ پارامتر مشابه که اغلب دانش‌آموزان را به اشتباه می‌اندازد:

مکان اولیه (x_0): مکان جسم در لحظهٔ $t=0$.

مکان تغییر جهت: مکان جسم در لحظه‌ای که سرعت صفر است.

تغییر جهت بردار مکان: مبدأ یا $x=0$.

گام اول: با توجه به اطلاعات نمودار، معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک A را به دست می‌آوریم:

$$v_A=\frac{۲۴-۰}{۱۰-۶}=۶\ m/s \Rightarrow x_A=۶t+x_{0A} \xrightarrow[x_A=۲۴\ m]{t=۱۰\ s} ۶۰+x_{0A}=۲۴ \Rightarrow x_{0A}=-۳۶\ m$$

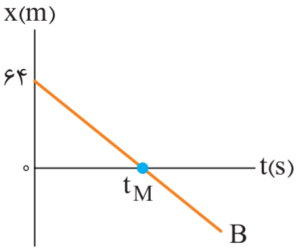
$$\Rightarrow x_A=۶t-۳۶$$

گام دوم: فاصلهٔ دو متحرک در مبدأ، همان $x_{0B}-x_{0A}=۱۰۰$ است؛ بنابراین x_{0B} و v_B را به دست می‌آوریم:

$$x_{0B}+۳۶=۱۰۰ \Rightarrow x_{0B}=۶۴\ m$$

$$v_B=\frac{۲۴-۶۴}{۱۰}=-۴\ m/s$$

گام سوم: با داشتن سرعت B، لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان B را به دست می‌آوریم:

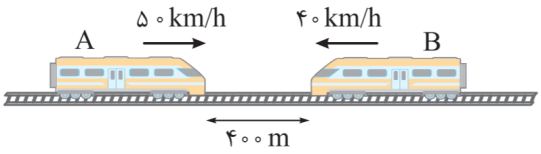


$$v_B=\frac{-۶۴}{t_M}=-۴ \Rightarrow t_M=۱۶\ s$$

پاسخ سؤال ۱۲

پاسخ: گزینهٔ ۴

گام اول: یک شکل مناسب از وضعیت دو قطار رسم می‌کنیم.



گام دوم: اگر Δx_A و Δx_B جابه‌جایی دو قطار تا لحظهٔ عبور کامل از کنار هم باشد:

$$\begin{cases}\Delta x_A = ۵۰t \\ \Delta x_B = -۴۰t\end{cases}$$

گام سوم: مجموع اندازهٔ جابه‌جایی A و B همان طول قطارها و فاصلهٔ آن‌هاست.

$$|\Delta x_A| + |\Delta x_B| = ۵۰t + ۴۰t = ۰/۴ + ۰/۳ + ۰/۲$$

$$\Rightarrow ۹۰t = ۰/۹ \Rightarrow t = \frac{۱}{۱۰۰}\,h = ۳۶\,s$$

گام اول: سرعت نسبی دو متحرک که به سمت هم حرکت می‌کنند را به دست می‌آوریم:

$$v_{\text{نسبی}} = ۵۰ + ۴۰ = ۹۰\,km/h$$

گام دوم: مسافت پیموده شده برابر طول قطارها و فاصلهٔ بین آن‌هاست.

$$\Delta x = ۴۰۰ + ۲۰۰ + ۳۰۰ = ۹۰۰\,m = ۰/۹\,km$$

$$\Delta x = v(\Delta t) \Rightarrow ۰/۹\,km = ۹۰\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{۱}{۱۰۰}\,h = ۳۶\,s$$

پاسخ سؤال ۱۳

پاسخ: گزینهٔ ۲

از رابطهٔ مستقل از زمان در حرکت شتاب ثابت، خواستهٔ مسئله را به دست آورید.

در حرکت شتاب ثابت، اغلب می‌توان مسائل را از چند روش حل کرد. با تسلط بر روابط زیر، می‌توانیم کوتاه‌ترین راه‌حل‌ها را استفاده کنیم:

معادلهٔ مکان ـ زمان:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

معادلهٔ سرعت ـ زمان:

$$v = at + v_0$$

معادلهٔ مستقل از زمان:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

معادلهٔ سرعت متوسط:

$$v_{av} = \frac{v + v_0}{2}$$

معادلهٔ مستقل از شتاب:

$$\Delta x = (\frac{v + v_0}{2})\Delta t$$

معادلهٔ مستقل از سرعت اولیه:

$$x = -\frac{1}{2}at^2 + vt + x_0$$

x = مکان متحرک در لحظهٔ t (m)

x_0 = مکان اولیه یا مکان متحرک در لحظهٔ $t = 0$ (m)

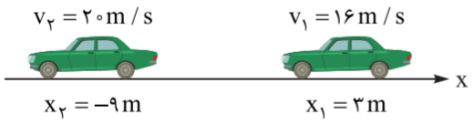
a = شتاب (m/s^2)

v_0 = سرعت اولیه یا سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 0$ (m/s)

v = سرعت متحرک در لحظهٔ t (m/s)

t = زمان (s)

$\Delta x = x - x_0$ = جابه‌جایی (m)



با استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان، شتاب را به دست می‌آوریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow (-20)^2 - (-16)^2 = 2a(-9-3) \Rightarrow a = \frac{(20^2 - 16^2)}{2(-12)} = \frac{144}{-24} = -6\ m/s^2$$

شکل برداری شتاب حرکت، برحسب بردار یکه به صورت $(-6\ m/s^2)\vec{i}$ است.

پاسخ سؤال ۱۴

پاسخ: گزینهٔ ۱

با استفاده از روابط سرعت متوسط در حرکت شتاب ثابت، مسئله را حل کنید.

در حرکت شتاب ثابت، سرعت متوسط، از روش‌های مختلفی به دست می‌آید:

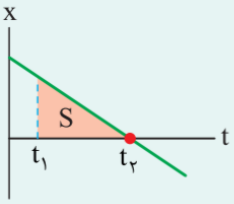
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

بالای محور زمان

$$v_{av} = \frac{\pm S}{\Delta t}$$

پایین محور زمان



با استفاده از روابط حرکت شتاب ثابت، تندی متوسط متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\text{ثانیهٔ پنجم } ۰/۵ \begin{cases} t_1 = ۲\,s \Rightarrow \vec{v}_1 = (۴(۲) - ۶)\vec{i} = (۲\,m/s)\vec{i} \\ t_2 = ۲/۵\,s \Rightarrow \vec{v}_2 = (۴(۲/۵) - ۶)\vec{i} = (۴\,m/s)\vec{i} \end{cases}$$

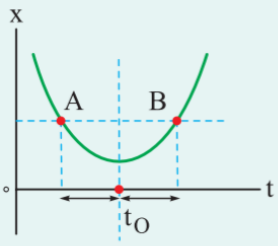
$$\Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2}{2} = \frac{(۲+۴)\vec{i}}{2} = (۳\,m/s)\vec{i}$$

پاسخ سؤال ۱۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

با استفاده از تقارن سهمی در حرکت شتاب ثابت، مسئله را حل کنید.

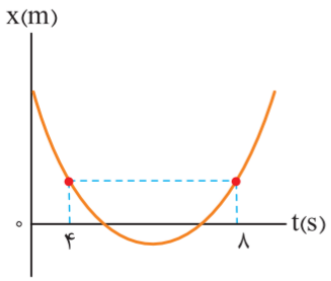
نمودار x ـ t حرکت شتاب ثابت به صورت سهمی است و همهٔ ویژگی‌های تقارن در سهمی برای آن برقرار است:



در نمودار بالا، دو نقطهٔ A و B که در فاصلهٔ زمانی برابری از مرکز تقارن قرار دارند، دارای مکان برابر و سرعت‌های هم‌اندازه و قرینه هستند:

$$\begin{cases} t_O = \dfrac{t_A + t_B}{۲} \\ x_A = x_B \\ \vec{v}_A = -\vec{v}_B \end{cases}$$

گام اول: با استفاده از داده‌های مسئله، نمودار مکان ـ زمان متحرک را به طور کیفی رسم می‌کنیم:



$$\Rightarrow \begin{cases} v_{۴s} = -۶\ m/s \\ v_{۸s} = ۶\ m/s \end{cases}$$

گام دوم: در حرکت شتاب ثابت، شتاب متوسط در تمام بازه‌های زمانی ثابت است:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۶-(-۶)}{۸-۴} = \frac{۱۲}{۴} = ۳\ m/s^۲$$

گام سوم: از معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت شتاب ثابت داریم:

$$v = at + v_۰ \xrightarrow[a=۳\ m/s^۲]{v_{۸s}=۶\ m/s} ۶ = ۳(۸) + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۱۸\ m/s \Rightarrow \vec{v}_۰ = (-۱۸\ m/s)\vec{i}$$

پاسخ سؤال ۱۶

پاسخ: گزینهٔ ۱

با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان، شتاب حرکت را حساب کنید. سپس با توجه به این‌که شتاب متوسط در تمام بازه‌ها همان شتاب ثابت متحرک است، بازهٔ زمانی جابه‌جایی را به دست بیاورید و در انتها خواستهٔ مسئله را محاسبه کنید.

در حرکت با شتاب ثابت، مقدار شتاب متوسط در تمام بازه‌های زمانی ثابت و برابر همان شتاب جسم است:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

$$a_{av} = a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

گام اول: با توجه به این‌که معادلهٔ مکان ـ زمان، درجه‌دوم است، شتاب ثابت جسم را به دست می‌آوریم:

$$x = -2t^2 + 6t + 11 \xrightarrow{x=\frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0} a = -4\ m/s^2$$

گام دوم: با توجه به درس‌باکس، شتاب متوسط در همهٔ بازه‌های زمانی $-4\ m/s^2$ است:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -4 = \frac{-6-2}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2\ s$$

گام سوم: از رابطهٔ مستقل از شتاب، جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

$$\Delta \vec{x} = \frac{\vec{v}_1 + \vec{v}_2}{2}(\Delta t) = \frac{(-6+2)\vec{i}}{2}(2) = (-4\ m)\vec{i}$$

پاسخ سؤال ۱۷

پاسخ: گزینهٔ ۴

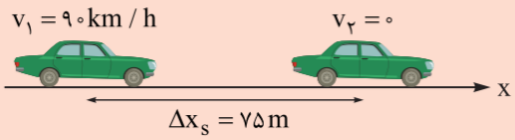
ابتدا شتاب توقف را به دست آورید و سپس از معادلهٔ سرعت، پاسخ را به دست آورید.

هنگامی‌که خودرویی با تندی ثابت v ، با شتاب ثابت a ترمز می‌گیرد؛ مسافت طی‌شده از لحظهٔ شروع ترمز تا لحظهٔ توقف (Δx_s) و زمان توقف (t_s) از روابط زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x_s = \left|\frac{-v^2}{2a}\right|$$

$$t_s = \left|\frac{-v}{a}\right|$$

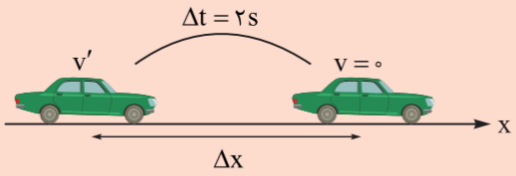
گام اول: ابتدا یک شکل از وضعیت مسئله رسم می‌کنیم:



گام دوم: از رابطهٔ مستقل از زمان، شتاب توقف را به دست می‌آوریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \xrightarrow{v_1 = 90\,km/h = 25\,m/s} a = \frac{0 - (25)^2}{2(75)} = -\frac{25}{6}\,m/s^2$$

گام سوم: سرعت متحرک در ۲ ثانیه قبل از توقف را محاسبه و سپس اندازهٔ جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:



$$v = at + v' \Rightarrow 0 = -\frac{25}{6}(2) + v' \Rightarrow v' = \frac{25}{3}\,m/s$$

$$\Delta x = \frac{v + v'}{2}(\Delta t) = \frac{0 + \frac{25}{3}}{2}(2) = \frac{25}{3}\,m$$

متحرکی روی محور x با شتاب ثابت $3\,m/s^2$ ترمز می‌کند و پس از طی مسافت ۲۰۰ متر می‌ایستد. در ۳ ثانیهٔ آخر حرکتش، چند متر جابه‌جا می‌شود؟

(سؤال ۵۱ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)

۱) ۹ ۲) ۱۳/۵ ۳) ۱۸ ۴) ۲۷

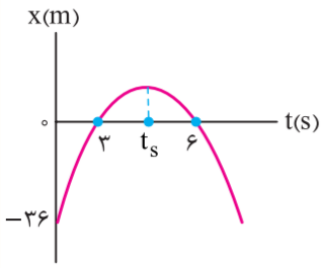
پاسخ سؤال ۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۴

ابتدا با استفاده از تقارن سهمی، زمان توقف متحرک را به دست آورید. سپس با نوشتن معادلهٔ جابه‌جایی، شتاب و سرعت اولیه را محاسبه و با رسم نمودار v ـ t خواستهٔ مسئله را حساب کنید.

گام اول: با استفاده از تقارن نمودار داریم:

$$t_s = \frac{۳+۶}{۲} = ۴/۵\ s$$



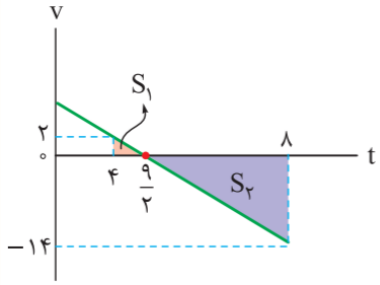
$$v_s = ۰ \Rightarrow a(۴/۵) + v_۰ = ۰ \Rightarrow v_۰ = -\frac{۹}{۲}a \qquad (۱)$$

گام دوم: با داشتن معادلهٔ (۱) و جابه‌جایی در بازهٔ ۰ تا ۳ ثانیه، داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \xrightarrow[v_۰=-\frac{۹}{۲}a]{\Delta x=۳۶\ m\ ,\ t=۳\ s} ۳۶ = \frac{۱}{۲}a(۳)^۲ + (-\frac{۹}{۲}a)(۳) \Rightarrow \begin{cases} a = -۴\ m/s^۲ \\ v_۰ = ۱۸\ m/s \end{cases}$$

گام سوم: با به دست آوردن معادلهٔ سرعت ـ زمان و رسم نمودار آن خواستهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = -۴t + ۱۸$$



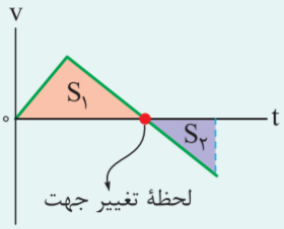
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{S_۱ + S_۲}{۴} = \frac{۰/۵ + ۲۴/۵}{۴} = ۶/۲۵\ m/s$$

پاسخ سؤال ۱۹

پاسخ: گزینهٔ ۱

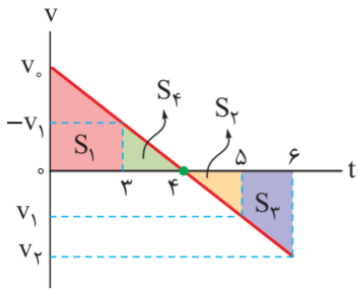
نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم و سپس با استفاده از سطح زیر نمودار، نسبت خواسته‌شده را به دست آورید.

رسم نمودار سرعت ـ زمان در اغلب مسائل به ساده‌ترشدن حل سؤال منجر می‌شود (به ویژه در مسائلی که جابه‌جایی و مسافت متحرک خواسته می‌شود.).



$$\Delta x = S_1 - S_2$$
$$l = S_1 + S_2$$

گام اول: با توجه به اطلاعات مسئله، نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم می‌کنیم:



گام دوم: اگر سرعت اولیه را v_0 فرض کنیم، با توجه به شتاب متحرک، سرعت در لحظات خواسته‌شدهٔ سؤال را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow{v_{4s}=0} 0 = 4a + v_0 \Rightarrow a = -\frac{v_0}{4} \Rightarrow v = -\frac{v_0}{4}t + v_0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 5\,s \Rightarrow v_1 = -\frac{v_0}{4} \\ t_2 = 6\,s \Rightarrow v_2 = -\frac{v_0}{2} \end{cases}$$

گام سوم: با استفاده از سطح زیر نمودار، جابه‌جایی و مسافت در بازهٔ زمانی خواسته‌شده را به دست می‌آوریم:

$$|\Delta x_{(0-5\,s)}| = |S_1 + S_4 - S_2| = |(\tfrac{1}{2}v_0(4)) - (\tfrac{1}{2}(\tfrac{v_0}{4})(1))| = \frac{15v_0}{8}$$

$$l_{(3s-6s)} = S_2 + S_3 + S_4 = \tfrac{1}{2}(\tfrac{v_0}{4})(1) + \tfrac{1}{2}(\tfrac{v_0}{2})(2) = \frac{5v_0}{8}$$

گام چهارم: نسبت خواسته‌شده را محاسبه می‌کنیم:

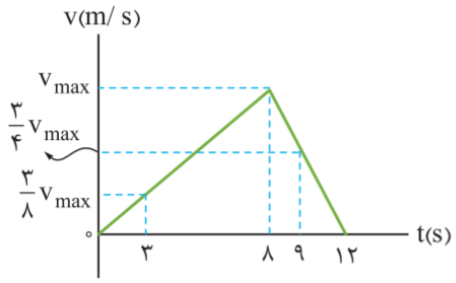
$$\frac{|\Delta x_{(0-5\,s)}|}{l_{(3\,s-6\,s)}} = \frac{\frac{15v_0}{8}}{\frac{5v_0}{8}} = 3$$

پاسخ سؤال ۲۰

پاسخ: گزینهٔ ۲

سرعت در لحظات داده‌شده را برحسب تندی بیشینه به دست آورید و با داشتن اندازهٔ شتاب متوسط، تندی بیشینه را به دست آورید.

گام اول: سرعت در لحظات $t_1 = ۳\ s$ و $t_2 = ۹\ s$ را برحسب تندی بیشینه (با استفاده از تناسب) می‌نویسیم:



$$\begin{cases} \frac{v_{۳s}}{۳} = \frac{v_{max}}{۸} \Rightarrow v_{۳s} = \frac{۳}{۸}v_{max} \\ \frac{v_{max}}{۴} = \frac{v_{۹s}}{۳} \Rightarrow v_{۹s} = \frac{۳}{۴}v_{max} \end{cases}$$

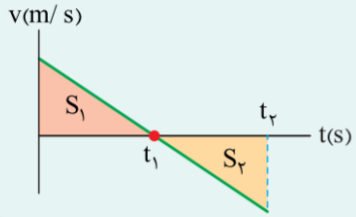
گام دوم: با توجه به داشتن اندازهٔ شتاب متوسط در بازهٔ زمانی ۳ تا ۹ ثانیه، v_{max} را حساب می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{\frac{۳}{۴}v_{max} - \frac{۳}{۸}v_{max}}{۹-۳} \Rightarrow ۰/۲۵ = \frac{\frac{۳}{۸}v_{max}}{۶} \Rightarrow v_{max} = ۴\ m/s$$

پاسخ سؤال ۲۱

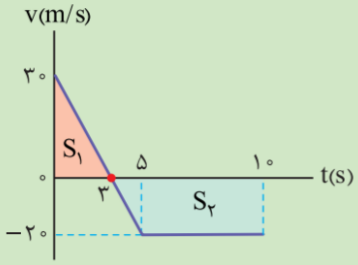
پاسخ: گزینهٔ ۳

سطح زیر نمودار $v-t$ برابر با جابه‌جایی است. در سؤالاتی که تندی از ما خواسته می‌شود:



$$s_{av} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t}$$

گام اول: سطح زیر نمودار را در ۱۰ ثانیهٔ اول به دست می‌آوریم:



$$S_1 = \frac{1}{2}(30)(3) = 45$$

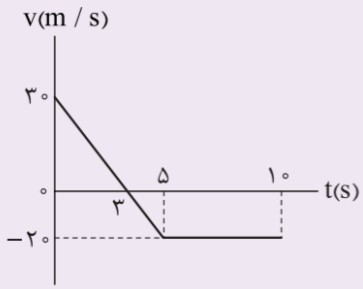
$$S_2 = \frac{7+5}{2}(20) = 120$$

گام دوم: با داشتن مسافت طی‌شده $(S_1 + S_2)$ تندی متوسط را به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{S_1 + S_2}{\Delta t} = \frac{45+120}{10} = \frac{165}{10} = 16/5\ m/s$$

نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است.

(سؤال ۳ ـ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۴ رشتهٔ ریاضی)



الف) تندی متوسط متحرک در کل زمان حرکت چند متر بر ثانیه است؟

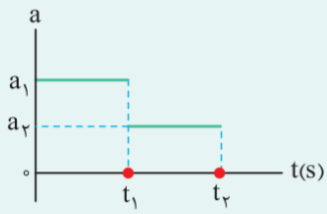
ب) اگر متحرک در لحظهٔ $t = 5\ s$ در ۲۰ متری مبدأ محور باشد، معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک را در بازهٔ زمانی ۵ s تا ۱۰ s بنویسید.

پاسخ سؤال ۲۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

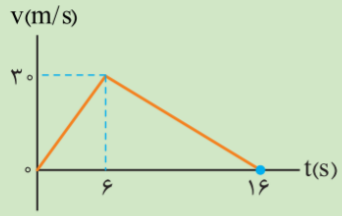
نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم کنید و با توجه به سطح زیر نمودار، خواستهٔ مسئله را به دست آورید.

در نمودارهای شتاب ـ زمان چند مرحله‌ای:



- سطح زیر نمودار، برابر تغییرات سرعت (Δv) است.
- سرعت در انتهای هر مرحله برابر سرعت در ابتدای مرحلهٔ بعدی است.
- به‌ویژه در مسائلی که جابه‌جایی و مسافت خواسته می‌شود، رسم نمودار سرعت ـ زمان را در نظر داشته باشید.

گام اول: با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت شتاب ثابت و به دست آوردن سرعت نقاط ابتدا و انتهای بازه، نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم می‌کنیم:



$$a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} \Rightarrow 5 = \frac{\Delta v_1}{6} \Rightarrow \Delta v_1 = 30\,m/s$$

$$a_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} \Rightarrow -3 = \frac{\Delta v_2}{10} \Rightarrow \Delta v_2 = -30\,m/s$$

گام دوم: با محاسبهٔ سطح زیر نمودار در بازهٔ ۶ تا ۱۶ ثانیه، مسافت طی‌شده را به دست می‌آوریم:

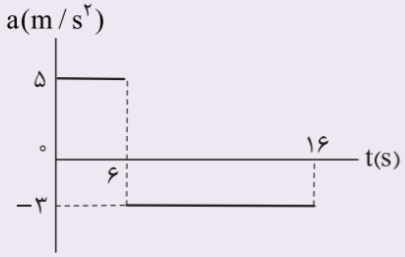
$$\ell = \frac{1}{2}(30)(10) = 150\,m$$

شکل زیر، نمودار شتاب ـ زمان یک متحرک را که در امتداد محور x از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، نشان می‌دهد.

(سؤال ۴ امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳ رشتهٔ تجربی)

الف) با انجام محاسبات لازم، نمودار سرعت ـ زمان آن را در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۶ s رسم کنید.

ب) مسافت پیموده‌شده در بازهٔ زمانی ۶ s تا ۱۶ s چند متر است؟

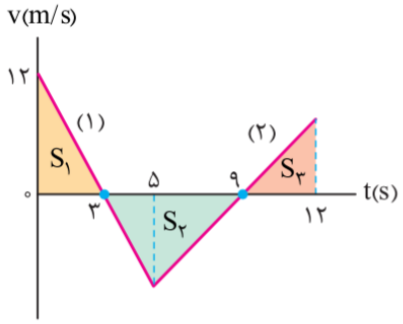


پاسخ سؤال ۲۳

پاسخ: گزینهٔ ۴

با استفاده از سطح زیر نمودار سرعت ـ زمان، مسافت طی‌شده و جابه‌جایی متحرک در بازهٔ مورد نظر را محاسبه و خواستهٔ سؤال را به دست آورید.

گام اول: جهت محاسبهٔ مساحت زیر نمودار، ابتدا سرعت در لحظات $5\,s$ و $12\,s$ را به دست می‌آوریم:



$$a_۱ = -\frac{۱۲}{۳} = -۴\ m/s^۲ \Rightarrow v = -۴t + ۱۲ \xrightarrow{t=۵\,s} v_{۵s} = -۸\ m/s$$

$$a_۲ = \frac{۸}{۴} = ۲\ m/s^۲ \Rightarrow v = ۲t - ۸ \xrightarrow[\Delta t = ۷\,s]{t=۱۲\,s} v_{۱۲} = ۶\ m/s$$

گام دوم: جابه‌جایی و مسافت طی‌شده را محاسبه می‌کنیم:

$$|\Delta x| = S_۱ + S_۳ - S_۲ = (۱۸ + ۹ - ۲۴) = ۳\ m$$

$$\ell = S_۱ + S_۲ + S_۳ = (۱۸ + ۲۴ + ۹) = ۵۱\ m$$

گام سوم: نسبت خواسته‌شده در سؤال را حساب می‌کنیم:

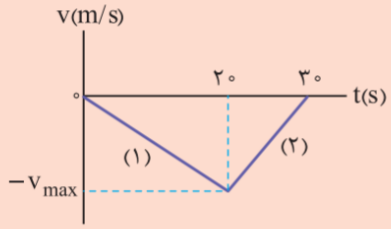
$$\frac{\ell}{|\Delta x|} = \frac{۵۱}{۳} = ۱۷$$

پاسخ سؤال ۲۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

با رسم نمودار سرعت ـ زمان متحرک و محاسبهٔ سطح زیر نمودار که مسافت طی‌شده است، شتاب‌های دو مرحلهٔ حرکت و سپس سرعت در لحظات خواسته‌شده را محاسبه و در نهایت شتاب متوسط را به دست آورید.

گام اول: ابتدا یک نمودار v ـ t از حرکت متحرک به طور کلی رسم می‌کنیم:



گام دوم: سطح زیر نمودار همان مسافت طی‌شده است؛ بنابراین:

$$S=\frac{۱}{۲}v_{max}(۳۰)=۳۶۰ \Rightarrow v_{max}=۲۴\ m/s$$

گام سوم: شتاب دو مرحلهٔ حرکت و سرعت در لحظات خواسته‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} ۲۰a_۱=-v_{max} \Rightarrow ۲۰a_۱=-۲۴ \Rightarrow a_۱=-۱/۲\ m/s^۲ \\ a_۲=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}=\dfrac{۰-(-۲۴)}{۱۰}=۲/۴\ m/s^۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{۵s}=-۱/۲(۵)=-۶\ m/s \ ,\ v_{۲۵s}=۲/۴(۵)-۲۴=-۱۲\ m/s$$

گام چهارم: شتاب متوسط در بازهٔ زمانی مورد نظر را حساب می‌کنیم:

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{(-۱۲-(-۶))\vec{i}}{۲۵-۵}=\frac{-۶\vec{i}}{۲۰}=(-۰/۳\ m/s^۲)\vec{i}$$

متحرکی روی محور x در لحظهٔ $t=۰\ s$ از حال سکون در جهت محور شروع به حرکت می‌کند. اگر در مدت ۱۰ ثانیه با شتاب a و در ۱۰ ثانیهٔ بعدی با شتاب $-۲a$ حرکت کند و در این ۲۰ ثانیه، مسافت ۲۰۰ متر را طی کند، شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱=۵\ s$ تا $t_۲=۱۷\ s$ در SI کدام است؟

(سؤال ۵۱ کنکور تجربی ۱۴۰۴ (خارج از کشور))

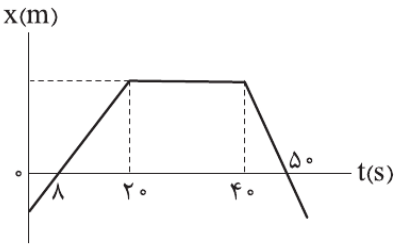
۱) $-۹\vec{i}$
۲) $-۱/۵\vec{i}$
۳) $۹\vec{i}$
۴) $۱/۵\vec{i}$

۴۶- متحرکی روی محور x براساس اطلاعات جدول زیر از مکان A به مکان B جابه‌جا می‌شود. اگر متحرک حین جابه‌جایی تنها یک بار تغییر جهت داده باشد، بردار مکان متحرک در لحظهٔ تغییر جهت کدام می‌تواند باشد؟

بردار مکان A	بردار مکان B	سرعت متوسط	تندی متوسط
$(+۶m)\vec{i}$	$(-۸m)\vec{i}$	$(-۲\frac{m}{s})\vec{i}$	$۶\frac{m}{s}$

۱) $(-۲۰m)\vec{i}$ ۲) $(-۲۲m)\vec{i}$ ۳) $(۲۲m)\vec{i}$ ۴) $(۱۸m)\vec{i}$

۴۷- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۵۰ s برابر $۶/۴\frac{m}{s}$ باشد، بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱۰\,s$ تا $t_۲ = ۵۰\,s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟

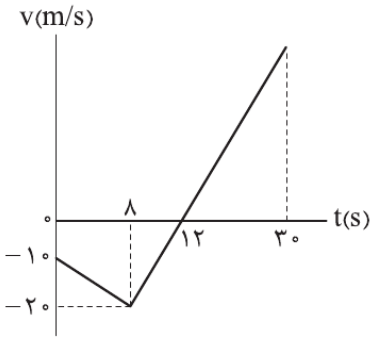


۱) ۰/۰۵
۲) ۰/۱
۳) ۰/۵۵
۴) ۰/۴۴

۴۸- موتورسواری فاصلهٔ ۴۰۰ کیلومتری بین دو شهر را با تندی ثابت $۱۲۰\frac{km}{h}$ رفته و پس از رسیدن به شهر دوم، با تندی ثابت $۱۰۰\frac{km}{h}$ به طرف شهر اول بازمی‌گردد. تندی متوسط موتورسوار از ابتدای حرکتش تا لحظه‌ای که مسافت ۶۰۰ کیلومتر را پیموده، چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱) ۱۱۲/۵ ۲) ۱۱۰ ۳) ۵۲/۵ ۴) ۳۷/۵

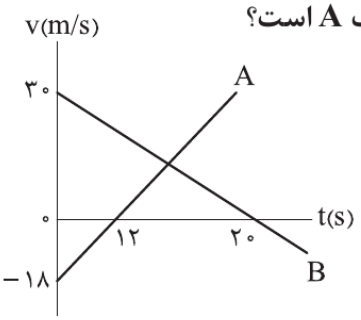
۴۹- شکل زیر، نمودار سرعت ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که روی خط راست حرکت می‌کند. در چه لحظه‌ای متحرک به نقطهٔ شروع حرکت خود بازمی‌گردد؟



۱) ۱۶
۲) ۲۰
۳) ۲۴
۴) ۲۸

محل انجام محاسبات

۵۰- نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B که از یک نقطه حرکت خود را شروع کرده‌اند، مطابق شکل است. در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، تندی متحرک B چند برابر تندی متحرک A است؟

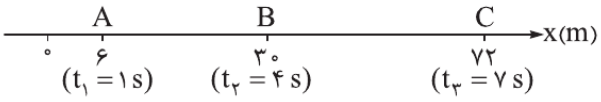


۱) ۱
۲) ۰/۸
۳) ۰/۶
۴) ۰/۵

۵۱- توپی که در امتداد یک خط راست حرکت می‌کند، با تندی $۶۳\frac{km}{h}$ به یک دیوار برخورد کرده و در همان امتداد اولیه با تندی $۲۷\frac{km}{h}$ بازمی‌گردد. اگر زمان برخورد توپ با دیوار ۰/۴ s باشد، شتاب متوسط توپ در مدت برخورد با دیوار چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۲۲۵ ۲) ۹۰ ۳) ۶۲/۵ ۴) ۲۵

۵۲- مسیر حرکت متحرکی که با شتاب ثابت در امتداد محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است و متحرک در لحظه‌های مشخص‌شده از نقاط A، B و C می‌گذرد. سرعت متحرک در لحظهٔ عبور از نقطهٔ B چند متر بر ثانیه است؟

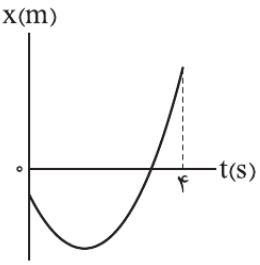


۱) ۴۲
۲) ۱۶
۳) ۱۵
۴) ۱۱

۵۳- معادلهٔ حرکت متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = -\frac{۳}{۲}t^۲ + ۱۵t - ۲۴$ است. تندی متوسط متحرک در مدت‌زمانی که به صورت کندشونده از مبدأ مختصات دور می‌شود، چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۲ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۴/۵

۵۴- نمودار مکان ـ زمان متحرکی به صورت سهمی شکل زیر است. اگر تندی متحرک در لحظهٔ t = ۴s، ۲ برابر تندی در لحظهٔ شروع حرکتش باشد، حرکت این متحرک چند ثانیه به صورت کندشونده بوده است؟



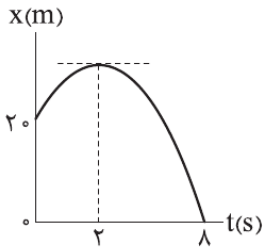
۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

محل انجام محاسبات

۵۵- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = ۳t^۲ - ۱۲t + ۱۳$ است. در طی این حرکت، کم‌ترین طول بردار مکان متحرک چند متر است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲/۵ ۴) ۴

۵۶- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به شکل سهمی زیر است. بردار مکان متحرک در لحظهٔ توقف کدام است؟



۱) $(۲۱\,m)\vec{i}$
۲) $(۲۲/۵\,m)\vec{i}$
۳) $(۲۴\,m)\vec{i}$
۴) $(۲۷/۵\,m)\vec{i}$

۵۷- بردار مکان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی محور x حرکت می‌کند، در دو لحظهٔ $t_۱ = ۳\,s$ و $t_۲ = ۷\,s$ تغییر جهت می‌دهد. اگر متحرک در مکان $x = -۲۰\,m$ تغییر جهت دهد، تندی متوسط آن در ۴ ثانیهٔ دوم حرکتش چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۱۲/۵

۵۸- متحرکی با شتاب ثابت $-۲\,m/s^۲$ روی خط راست در حال حرکت است. اگر بزرگی جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ دهم و ثانیهٔ یازدهم با هم برابر باشند، بزرگی جابه‌جایی آن در ثانیهٔ پنجم چند متر است؟

۱) ۹ ۲) ۱۱ ۳) ۲۱ ۴) ۷۵

۵۹- خودرویی با سرعت ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است که راننده یک سرعت‌گیر را جلوی خود می‌بیند و از لحظه‌ای که در فاصلهٔ ۳۶ متری سرعت‌گیر قرار دارد، با شتاب ثابت ترمز می‌کند. اگر جابه‌جایی خودرو در ثانیه‌های دوم و سوم بعد از ترمز به ترتیب $۱۰/۵\,m$ و $۷/۵\,m$ باشد، کدام موارد درست است؟

الف) خودرو در ۲ ثانیهٔ قبل از رسیدن به سرعت‌گیر مسافت $۶\,m$ را می‌پیماید.

ب) تندی متوسط خودرو از $۲\,s$ قبل از ترمزکردن تا لحظهٔ رسیدن به سرعت‌گیر $۱۱\,\frac{m}{s}$ است.

پ) خودرو $۵\,s$ پس از ترمز به سرعت‌گیر می‌رسد.

ت) خودرو با تندی $۳\,\frac{m}{s}$ از روی سرعت‌گیر عبور می‌کند.

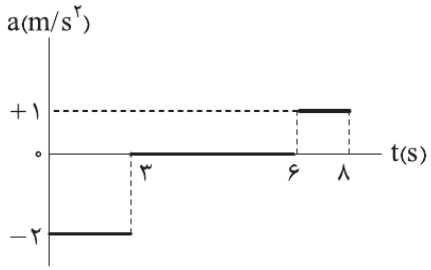
۱) الف و پ ۲) الف و ت ۳) ب و پ ۴) ب و ت

محل انجام محاسبات

۶۰- خودرویی در مسیر مستقیم با سرعت $۳۰\frac{m}{s}$ در حرکت است که ناگهان راننده، موتورسیکلتی را پیش روی خود می‌بیند که از حال سکون و با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ در جهت حرکت خودرو شروع به حرکت می‌کند. راننده بلافاصله با شتابی به اندازهٔ $۴\frac{m}{s^۲}$ ترمز می‌گیرد، اما با سرعت $۱۲\frac{m}{s}$ به موتورسیکلت برخورد می‌کند. فاصلهٔ موتورسیکلت از خودرو در لحظه‌ای که راننده شروع به ترمز می‌کند، چند متر است؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۱۴/۷۵
۳) ۷۴/۲۵ ۴) ۹۴/۵

۶۱- نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر بردار سرعت متحرک در $t_۱ = ۱\,s$ به صورت $(+۲\frac{m}{s})\vec{i}$ باشد، تندی متوسط متحرک در ۸ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{۱۵}{۸}$
۲) $\frac{۱۳}{۸}$
۳) $\frac{۹}{۸}$
۴) $\frac{۵}{۸}$

۶۲- خودرویی با سرعت ثابت $۱۰۸\frac{km}{h}$ در یک مسیر مستقیم در حرکت است. در لحظهٔ گذشتن خودرو از کنار یک خودروی پلیس، خودروی پلیس با شتاب $۵\frac{m}{s^۲}$ شروع به حرکت می‌کند. فاصلهٔ میان دو خودرو در بازهٔ زمانی $۵\,s$ تا $۸\,s$ پس از شروع حرکت پلیس، چند متر تغییر می‌کند؟

۱) صفر ۲) ۲/۵ ۳) ۵ ۴) ۷/۵

۶۳- در یک استوانهٔ بلند به سطح مقطع $۸\,cm^۲$ تا ارتفاع $۲۰\,cm$ از یک مایع با چگالی $۲\frac{g}{cm^۳}$ قرار دارد. چند گرم جیوه با چگالی $۱۳/۶\frac{g}{cm^۳}$ درون ظرف بریزیم تا فشار در ته لوله ۵ درصد افزایش یابد؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg}\ ,\ P_۰ = ۷۵\,cmHg)$

۱) ۴۲۴ ۲) ۴۲/۴ ۳) ۴۰۰ ۴) ۴۰

محل انجام محاسبات

۴۶ متحرکی روی محور x براساس اطلاعات جدول زیر از مکان A به مکان B جابه‌جا می‌شود. اگر متحرک حین جابه‌جایی تنها یک بار تغییر جهت داده باشد، بردار مکان متحرک در لحظهٔ تغییر جهت کدام می‌تواند باشد؟

بردار مکان A	بردار مکان B	سرعت متوسط	تندی متوسط
$(+۶\text{m})\vec{i}$	$(-۸\text{m})\vec{i}$	$(-۲\frac{\text{m}}{\text{s}})\vec{i}$	$۶\frac{\text{m}}{\text{s}}$

۱) $(-۲۰\text{m})\vec{i}$
۲) $(-۲۲\text{m})\vec{i}$
۳) $(۲۲\text{m})\vec{i}$
۴) $(۱۸\text{m})\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ابتدا بازهٔ زمانی حرکت و مسافت پیموده‌شده توسط متحرک را به دست آورید؛ سپس دو حالت ممکن برای چنین حرکتی را تحلیل کنید.

Box ۱) در حرکت روی محور x، سرعت متوسط و تندی متوسط از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\quad (\text{مسافت (m)},\ \text{تندی متوسط } \tfrac{\text{m}}{\text{s}},\ \text{بازهٔ زمانی (s)})$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\quad (\text{جابه‌جایی (m)},\ \text{سرعت متوسط } \tfrac{\text{m}}{\text{s}},\ \text{بازهٔ زمانی (s)})$$

۲) در حرکت روی خط راست، متحرک در لحظه‌ای می‌تواند تغییر جهت دهد که متوقف شود.

۳) بردار مکان $(\vec{r})$، برداری است که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند.

تشریحی **گام اول:** ابتدا با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط، بازهٔ زمانی این حرکت را به دست می‌آوریم:

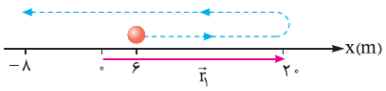
$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta x=x_B-x_A=-۸-۶=-۱۴\text{m}]{v_{av}=-۲\frac{\text{m}}{\text{s}}}-۲=\frac{-۱۴}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=۷\ \text{s}$$

گام دوم: به کمک رابطهٔ تندی متوسط، مسافت طی‌شده توسط متحرک را حساب می‌کنیم:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۷\text{s}]{s_{av}=۶\frac{\text{m}}{\text{s}}}۶=\frac{l}{۷}\Rightarrow l=۴۲\ \text{m}$$

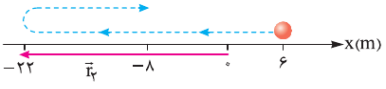
گام سوم: با توجه به اطلاعات موجود، دو حالت زیر می‌تواند وجود داشته باشد. در هر مورد، مسیر حرکت روی محور x به صورت خط‌چین نشان داده‌شده است.

حالت اول:



$$\vec{r}_1=(۲۰\ \text{m})\vec{i}$$

حالت دوم:

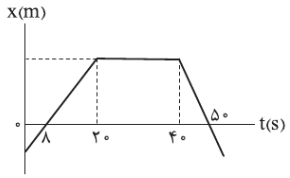


$$\vec{r}_2=(-۲۲\text{m})\vec{i}$$

حالت اول در گزینه‌ها موجود نیست، اما حالت دوم مطابق گزینهٔ (۲) است.

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۲

۴۷ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۵۰ s برابر $۶/۴\frac{m}{s}$ باشد، بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱۰\,s$ تا $t_۲ = ۵۰\,s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



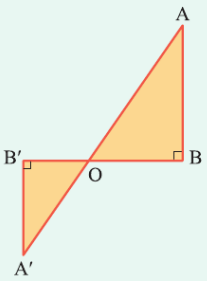
۱) ۰/۰۵
۲) ۰/۱
۳) ۰/۵۵
۴) ۰/۴۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint ابتدا مسافت طی‌شده توسط متحرک را به دست آورید؛ سپس مکان متحرک را در لحظه‌های $t_۱ = ۰\,s$ و $t' = ۲۰\,s$ مشخص کنید. در پایان نیز سرعت متحرک را در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ حساب کرده و شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ را به دست آورید.

Box

۱) در نمودارهای حرکت‌شناسی، نوشتن نسبت تشابه بین اضلاع مثلث‌های متشابه (رابطهٔ تالس) کاربرد فراوانی دارد. جهت یادآوری به شکل مقابل توجه کنید:



$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{OB'}{OB}$$

۲) وقتی در یک بازهٔ زمانی، سرعت متحرک ثابت است؛ سرعت متحرک در هر لحظه با سرعت متوسط در این بازهٔ زمانی برابر است.

۳) وقتی نمودار مکان ـ زمان متحرک در یک بازهٔ زمانی به صورت یک خط شیب‌دار با شیب ثابتی باشد، سرعت متحرک در این بازهٔ زمانی ثابت است.

۴) در هر بازهٔ زمانی دلخواه، نسبت تغییر سرعت به بازهٔ زمانی را شتاب متوسط می‌گوییم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱}$$

a_{av} = شتاب متوسط $(\frac{m}{s^۲})$

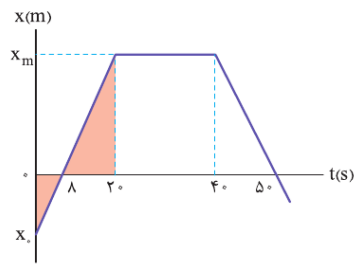
$v_۱$ = سرعت متحرک در لحظهٔ $t_۱$ $(\frac{m}{s})$

$v_۲$ = سرعت متحرک در لحظهٔ $t_۲$ $(\frac{m}{s})$

تشریحی **گام اول:** با استفاده از رابطهٔ تندی متوسط، مسافت طی‌شده در مدت ۵۰ s را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۵۰\,s]{s_{av} = ۶/۴\frac{m}{s}} ۶/۴ = \frac{l}{۵۰} \Rightarrow l = ۳۲۰\,m$$

گام دوم: به کمک رابطهٔ تالس و تشابه مثلث‌های رنگی، مکان متحرک را در لحظه‌های $t = ۰\,s$ و $t = ۲۰\,s$ مشخص می کنیم:



$$\frac{|x_۰|}{x_m} = \frac{۸-۰}{۲۰-۸} = \frac{۸}{۱۲} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow x_m = ۱/۵\,|x_۰|$$

از طرفی می‌دانیم مسافت طی‌شده برابر با طول مسیر حرکت است؛ بنابراین داریم:

$$l = |x_0| + x_m + x_m \xrightarrow[x_m = 1/5|x_0|]{l = 320\,m} 320 = |x_0| + 1/5|x_0| + 1/5|x_0|$$

$$\Rightarrow 320 = 4|x_0| \Rightarrow |x_0| = 80\,m \Rightarrow x_0 = -80\,m$$

$$x_m = 1/5|x_0| = 1/5 \times 80 = 120\,m$$

گام سوم: سرعت متحرک در لحظهٔ $t_1 = 10\,s$ همان سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $0\,s$ تا $20\,s$ است:

$$v_1 = v_{av} = \frac{x_m - x_0}{t_m - t_0} = \frac{120 - (-80)}{20 - 0} = \frac{200}{20} = 10\,\frac{m}{s}$$

سرعت متحرک در لحظهٔ $t_2 = 50\,s$ همان سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $40\,s$ تا $50\,s$ است:

$$v_2 = v'_{av} = \frac{0 - x_m}{50 - 40} = \frac{-120}{10} = -12\,\frac{m}{s}$$

گام چهارم: شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 را به دست آورده و بزرگی آن را تعیین می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-12 - 10}{50 - 10} = -\frac{22}{40} = -0/55\,\frac{m}{s^2}$$

$$|a_{av}| = 0/55\,\frac{m}{s^2}$$

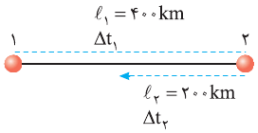
پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۴

۴۸ موتورسواری فاصلهٔ ۴۰۰ کیلومتری بین دو شهر را با تندی ثابت $۱۲۰\frac{km}{h}$ رفته و پس از رسیدن به شهر دوم، با تندی ثابت $۱۰۰\frac{km}{h}$ به طرف شهر اول بازمی‌گردد. تندی متوسط موتورسوار از ابتدای حرکتش تا لحظه‌ای که مسافت ۶۰۰ کیلومتر را پیموده، چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱) ۱۱۲/۵ ۲) ۱۱۰
۳) ۵۲/۵ ۴) ۳۷/۵

پاسخ: گزینهٔ ۱

تشریحی **گام اول:** بازهٔ زمانی حرکت موتورسوار در مسیر رفت از شهر اول به شهر دوم را به دست می‌آوریم:



$$s_{av,1} = \frac{l_1}{\Delta t_1} \Rightarrow ۱۲۰ = \frac{۴۰۰}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{۴۰۰}{۱۲۰} = \frac{۱۰}{۳}\,h$$

گام دوم: از آن‌جا که در متن سؤال، کل مسیر پیموده‌شده ۶۰۰ km است، مطابق شکل فوق، موتورسوار ۲۰۰ km به طرف شهر اول برگشته است. بازهٔ زمانی حرکت موتورسوار را در این مرحله نیز به دست می‌آوریم:

$$s_{av,2} = \frac{l_2}{\Delta t_2} \Rightarrow ۱۰۰ = \frac{۲۰۰}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = ۲\,h$$

گام سوم: تندی متوسط موتورسوار از ابتدای حرکتش تا لحظه‌ای که مسافت ۶۰۰ km را پیموده است، به دست می‌آوریم:

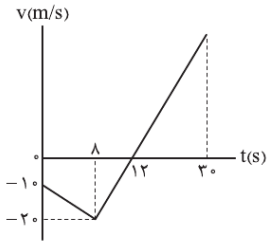
$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{l_1 + l_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{۴۰۰+۲۰۰}{\frac{۱۰}{۳}+۲} = \frac{۶۰۰}{\frac{۱۶}{۳}} = \frac{۱۸۰۰}{۱۶}\frac{km}{h}$$

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{۲۲۵}{۲} = ۱۱۲/۵\frac{km}{h}$$

لانخوری اگر در گام سوم به جای مسافت از جابه‌جایی استفاده کنید، به گزینهٔ نادرست (۴) می‌رسید.

پاسخنامهٔ آزمون جامع ـ صفحهٔ ۵

۴۹ شکل زیر، نمودار سرعت ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که روی خط راست حرکت می‌کند. در چه لحظه‌ای متحرک به نقطهٔ شروع حرکت خود بازمی‌گردد؟



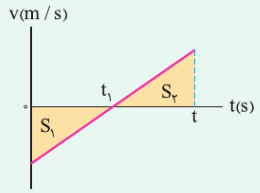
۱) ۱۶
۲) ۲۰
۳) ۲۴
۴) ۲۸

تست
زمان
سطح
توجه

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint برای آن‌که متحرک به نقطهٔ شروع حرکت خود بازگردد، باید جابه‌جایی آن صفر باشد؛ بنابراین باید مساحت سطح محدود بین نمودار سرعت ـ زمان با محور زمان، در قسمت‌های پایین و بالای محور t هم‌اندازه باشند.

Box در نمودار سرعت ـ زمان، مساحت سطح محدود بین این نمودار و محور زمان، در هر بازهٔ زمانی، برابر با جابه‌جایی (تغییر مکان) در آن بازه است. برای مساحت سطحی که زیر محور t است، $S = |\Delta x|$ و برای مساحت سطحی که بالای محور t است، $S = \Delta x$ به کار می‌رود. مثلاً در نمودار مقابل می‌توان نوشت:

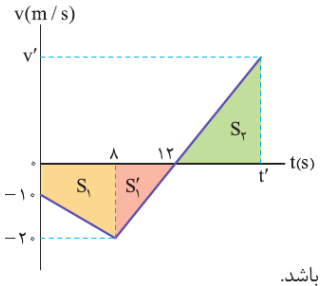


در بازهٔ زمانی ۰ تا t_1 : $S_1 = |\Delta x_1|$ ، $\Delta x_1 < 0$

در بازهٔ زمانی t_1 تا t : $S_2 = \Delta x_2$

در بازهٔ زمانی ۰ تا t : $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$

تشریحی **گام اول:** مساحت سطح محدود بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان در بازهٔ زمانی ۰ s تا ۱۲ s را حساب می‌کنیم:



$$S_1 + S_1' = \left[\frac{(10+20)8}{2} + \frac{(12-8)20}{2}\right] = 120 + 40 = 160\ \text{m}$$

$$\Rightarrow \Delta x_1 + \Delta x_1' = -160\ \text{m}$$

گام دوم: برای آن‌که متحرک به نقطهٔ شروع حرکت خود بازگردد، باید جابه‌جایی آن صفر باشد.

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_1' + \Delta x_2 = 0 \Rightarrow 0 = -160 + \Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = 160\text{m}$$

گام سوم: نسبت تشابه بین مثلث‌های S_1' و S_2 را می‌نویسیم:

$$\frac{v'}{20} = \frac{(t'-12)}{12-8} \Rightarrow v' = 5(t'-12)$$

از طرفی می‌دانیم که مساحت سطح مثلث S_2 با Δx_2 برابر است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta x_2 = \frac{(t'-12)\times v'}{2} \xrightarrow[v'=5(t'-12)]{\Delta x_2 = 160\text{m}} 160 = \frac{(t'-12)\times 5(t'-12)}{2}$$

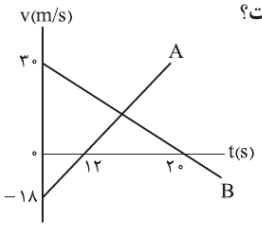
$$\Rightarrow 64 = (t'-12)^2 \Rightarrow \begin{cases} t'-12 = 8 \Rightarrow t' = 20\ \text{s} \\ t'-12 = -8 \Rightarrow t' = 4\ \text{s} \end{cases}$$

چون از ۱۲s کوچک‌تر است، قابل قبول نیست.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخنامهٔ آزمون جامع ـ صفحهٔ ۶

۵۰ نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B که از یک نقطه حرکت خود را شروع کرده‌اند، مطابق شکل است. در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، تندی متحرک B چند برابر تندی متحرک A است؟



۱) ۱
۲) ۰/۸
۳) ۰/۶
۴) ۰/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

Box

۱) هرگاه دو متحرک در لحظه‌ای به هم برسند، می‌توان در آن لحظه، معادلهٔ مکان آن‌ها را مساوی با هم قرار داد و مجهول مورد نظر را به دست آورد.

۲) معادله‌های مکان ـ زمان و سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت روی محور x به صورت زیر است:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \qquad \text{و} \qquad v = at + v_0$$

x = مکان متحرک در لحظهٔ t (m)

x_0 = مکان متحرک در لحظهٔ $t = 0$ (m)

a = شتاب $(\frac{m}{s^2})$

v_0 = سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 0$ $(\frac{m}{s})$

v = سرعت متحرک در لحظهٔ t $(\frac{m}{s})$

t = زمان (s)

تشریحی ✔ **گام اول:** متحرک A با شتاب ثابت a_A و متحرک B با شتاب ثابت a_B حرکت می‌کنند. شتاب هر یک از آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$a_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t_A} = \frac{0-(-18)}{12-0} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}\ \frac{m}{s^2}$$

$$a_B = \frac{\Delta v_B}{\Delta t_B} = \frac{0-30}{20-0} = -\frac{30}{20} = -\frac{3}{2}\ \frac{m}{s^2}$$

گام دوم: در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، معادلهٔ مکان آن‌ها را مساوی با هم قرار می‌دهیم:

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{0A}t + x_{0A} = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{0B}t + x_{0B}$$

$$\xrightarrow[v_{0A}=-18\frac{m}{s},\ v_{0B}=30\frac{m}{s}]{x_{0A}=x_{0B}} \frac{1}{2}\times\frac{3}{2}t^2 - 18t = \frac{1}{2}(-\frac{3}{2})t^2 + 30t \Rightarrow \frac{3}{4}t^2 + \frac{3}{4}t^2 = 48t \Rightarrow \frac{3}{2}t^2 = 48t \Rightarrow \frac{3}{2}t = 48$$

$$\Rightarrow t = 32\ s$$

گام سوم: سرعت هر یک از دو متحرک را در لحظهٔ $t = 32s$ به دست می‌آوریم. برای این کار از معادلهٔ سرعت ـ زمان استفاده می‌کنیم:

$$v_A = a_A t + v_{0A} \xrightarrow[v_{0A}=-18\frac{m}{s}]{a_A=\frac{3}{2}\frac{m}{s^2},\ t=32s} v_A = \frac{3}{2}\times 32 - 18 = 30\frac{m}{s}$$

$$v_B = a_B t + v_{0B} \xrightarrow[v_{0B}=30\frac{m}{s}]{a_B=-\frac{3}{2}\frac{m}{s^2},\ t=32s} v_B = -\frac{3}{2}\times 32 + 30 = -18\frac{m}{s}$$

گام چهارم: نسبت تندی متحرک B به تندی متحرک A در لحظهٔ $t = 32s$ را حساب می‌کنیم.

$$\frac{|v_B|}{v_A} = \frac{18}{30} = 0/6$$

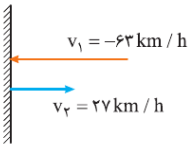
پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۷

۵۱ توپی که در امتداد یک خط راست حرکت می‌کند، با تندی $۶۳\frac{km}{h}$ به یک دیوار برخورد کرده و در همان امتداد اولیه با تندی $۲۷\frac{km}{h}$ بازمی‌گردد. اگر زمان برخورد توپ با دیوار $۰/۴\,s$ باشد، شتاب متوسط توپ در مدت برخورد با دیوار چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۲۲۵ ۲) ۹۰ ۳) ۶۲/۵ ۴) ۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

شریحی **گام اول:** ابتدا تغییر سرعت توپ را برحسب $\frac{km}{h}$ به دست می‌آوریم، سپس این تغییر سرعت را برحسب $\frac{m}{s}$ می‌نویسیم:



$$\Delta v = v_2 - v_1 = ۲۷ - (-۶۳) = ۹۰\frac{km}{h}$$

$$\Delta v = ۹۰ \times \frac{۱}{۳/۶} = ۲۵\frac{m}{s}$$

گام دوم: شتاب متوسط توپ در مدت برخورد با دیوار را حساب می‌کنیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۰/۴ s]{\Delta v = ۲۵\frac{m}{s}} a_{av} = \frac{۲۵}{۰/۴} = \frac{۲۵۰}{۴} = ۶۲/۵\frac{m}{s^2}$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۸

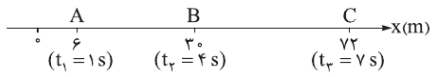
۵۲ مسیر حرکت متحرکی که با شتاب ثابت در امتداد محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است و متحرک در لحظه‌های مشخص‌شده از نقاط A، B و C می‌گذرد. سرعت متحرک در لحظهٔ عبور از نقطهٔ B چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۴۲

۲) ۱۶

۳) ۱۵

۴) ۱۱



پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان متحرک را یک بار برای فاصلهٔ AB و بار دیگر برای فاصلهٔ AC بنویسید و با استفاده از این دو معادله، شتاب متحرک و سرعت آن را در نقطهٔ A حساب کنید. سپس به کمک معادلهٔ سرعت ـ زمان، سرعت متحرک در نقطهٔ B را به دست آورید.

تشریحی **گام اول:** معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان متحرک را یک بار برای فاصلهٔ AB و بار دیگر برای فاصلهٔ AC می‌نویسیم:

$$\Delta x_{AB} = \frac{1}{2}at_{AB}^2 + v_A t_{AB} \xrightarrow[t_{AB}=t_2-t_1=4-1=3s]{\Delta x_{AB}=30-6=24m} 24 = \frac{1}{2}a(3)^2 + v_A \times 3 \xrightarrow{\times(-2)} -48 = -9a - 6v_A$$

$$\Delta x_{AC} = \frac{1}{2}at_{AC}^2 + v_A t_{AC} \xrightarrow[t_{AC}=t_3-t_1=7-1=6s]{\Delta x_{AC}=72-6=66m} 66 = \frac{1}{2}a(6)^2 + v_A \times 6 \Rightarrow 66 = 18a + 6v_A$$

گام دوم: به کمک معادلات به‌دست‌آمده در گام اول، مقادیر a و v_A را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases} -48 = -9a - 6v_A \\ 66 = 18a + 6v_A \end{cases} \xrightarrow[\text{دو معادله}]{\text{مجموع}} 18 = 9a \Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2}$$

$$66 = 18\times 2 + 6v_A \Rightarrow 30 = 6v_A \Rightarrow v_A = 5\frac{m}{s}$$

گام سوم: اکنون با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان، سرعت متحرک در لحظهٔ عبور از نقطهٔ B را حساب می‌کنیم:

$$v_B = at_{AB} + v_A \xrightarrow[v_A=5\frac{m}{s}]{a=2\frac{m}{s^2},\ t_{AB}=3s} v_B = 2\times 3 + 5 = 11\frac{m}{s}$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع ـ صفحهٔ ۹

۵۳ معادلهٔ حرکت متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = -\frac{۳}{۲}t^۲ + ۱۵t - ۲۴$ است. تندی متوسط متحرک در مدت‌زمانی که به صورت کندشونده از مبدأ مختصات دور می‌شود، چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۲ ۲) ۶

۳) ۹ ۴) ۴/۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا لحظه‌هایی را که متحرک از مبدأ مختصات می‌گذرد، به دست آورید. سپس به کمک ویژگی‌های نمودار مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت، محدودهٔ زمانی و مکانی حرکت کندشوندهٔ متحرک را وقتی از مبدأ مختصات دور می‌شود، تعیین کنید و تندی متوسط خواسته‌شده را حساب کنید.

Box

۱) نمودار مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت:

با توجه به این‌که معادلهٔ مکان ـ زمان، در این نوع حرکت از نوع درجهٔ دو می‌باشد، نمودار آن به صورت قسمتی از یک سهمی است و نقطهٔ شروع آن روی محور x، مکان اولیه $(x_۰)$ را نشان می‌دهد.

اگر گودی این سهمی رو به بالا باشد، شتاب مثبت است: $a > ۰$

اگر گودی این سهمی رو به پایین باشد، شتاب منفی است: $a < ۰$

۲) شیب خط مماس بر هر نقطه از نمودار مکان ـ زمان، سرعت متحرک در آن لحظه را نشان می‌دهد. مثلاً شیب خط مماس بر ابتدای این نمودار در لحظهٔ $t = ۰$ بیانگر سرعت اولیهٔ متحرک $(v_۰)$ است.

۳) در محدوده‌ای از نمودار مکان ـ زمان که بزرگی شیب خط مماس بر نمودار، کاهش می‌یابد، می‌گوییم حرکت کندشونده است. در این محدوده، سرعت و شتاب متحرک، غیرهم‌علامت هستند $(av < ۰)$. اما در محدوده‌ای از نمودار که بزرگی شیب خط مماس بر نمودار، افزایش می‌یابد، می‌گوییم حرکت تندشونده است. در این محدوده، سرعت و شتاب متحرک، هم‌علامت هستند $(av > ۰)$.

تشریحی **گام اول:** ابتدا معادلهٔ مکان متحرک را برابر با صفر قرار می‌دهیم تا لحظه‌هایی را که متحرک از مبدأ مختصات می‌گذرد، به دست آوریم:

$$x = ۰ \Rightarrow ۰ = -\frac{۳}{۲}t^۲ + ۱۵t - ۲۴ \xrightarrow{\times(-\frac{۲}{۳})} t^۲ - ۱۰t + ۱۶ = ۰ \Rightarrow (t-۲)(t-۸) = ۰ \Rightarrow t_۱ = ۲\,s\,,\, t_۲ = ۸\,s$$

گام دوم: با استفاده از معادلهٔ مکان متحرک، شتاب، سرعت اولیه و مکان اولیهٔ آن را حساب می‌کنیم و به کمک آن‌ها، معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک را می‌نویسیم:

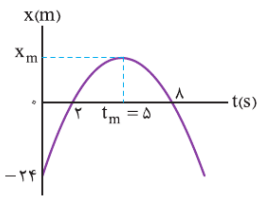
$$\begin{cases} x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \\ x = -\frac{۳}{۲}t^۲ + ۱۵t - ۲۴ \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{۲}a = -\frac{۳}{۲} \Rightarrow a = -۳\frac{m}{s^۲}\,,\, v_۰ = ۱۵\frac{m}{s}\,,\, x_۰ = -۲۴m$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = -۳t + ۱۵$$

گام سوم: لحظه‌ای را که متحرک متوقف می‌شود، پیدا می‌کنیم:

$$v = -۳t + ۱۵ \xrightarrow[t=t_m]{v=۰} ۰ = -۳t_m + ۱۵ \Rightarrow t_m = ۵\,s$$

اکنون می‌توانیم نمودار مکان ـ زمان متحرک را رسم کنیم:



در بازهٔ زمانی ۲ s تا ۵ s حرکت متحرک کندشونده است و از مبدأ مختصات دور می‌شود.

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۰

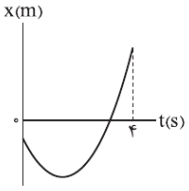
گام چهارم: مکان متحرک در لحظهٔ $t_m = ۵\ s$ را به دست می‌آوریم:

$$x_m = -\frac{۳}{۲}t_m^۲ + ۱۵t_m - ۲۴ \xrightarrow{t_m=۵s} x_m = -\frac{۳}{۲}(۲۵) + ۱۵\times ۵ - ۲۴ = \frac{۷۵}{۲} - ۲۴ \Rightarrow x_m = ۱۳/۵\ m$$

گام پنجم: تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $۲\ s$ تا $۵\ s$ را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{x_m - ۰}{t_m - ۲} = \frac{۱۳/۵}{۵-۲} = ۴/۵\frac{m}{s}$$

۵۴ نمودار مکان ـ زمان متحرکی به صورت سهمی شکل زیر است. اگر تندی متحرک در لحظهٔ $t = 4s$ ، ۲ برابر تندی در لحظهٔ شروع حرکتش باشد، حرکت این متحرک چند ثانیه به صورت کندشونده بوده است؟



۱) $\frac{۲}{۳}$

۲) $\frac{۳}{۲}$

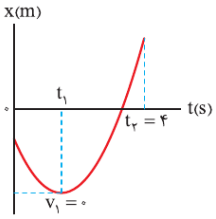
۳) $\frac{۴}{۳}$

۴) $\frac{۳}{۴}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Box در حرکت با شتاب ثابت، نمودار مکان ـ زمان به صورت یک سهمی است. وقتی نمودار به رأس این سهمی نزدیک می‌شود، حرکت آن کندشونده و هنگامی که از رأس این سهمی دور می‌شود، حرکت آن تندشونده است.

تشریحی اگر رأس سهمی، در لحظهٔ $t_۱$ باشد، با توجه به ثابت‌بودن شتاب در کل حرکت و رابطهٔ $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ، برای دو بازهٔ صفر تا $t_۱$ و صفر تا $t_۲$ می‌توان نوشت:



$$\frac{\Delta v_۱}{\Delta t_۱} = \frac{\Delta v_۲}{\Delta t_۲} \Rightarrow \frac{v_۱ - v_۰}{t_۱ - ۰} = \frac{v_۲ - v_۰}{t_۲ - ۰} \xrightarrow[v_۲ = -۲v_۰ \,,\, v_۲ > ۰]{v_۱ = ۰ \,,\, v_۰ < ۰} \frac{۰ - v_۰}{t_۱} = \frac{-۲v_۰ - v_۰}{۴ - ۰} \Rightarrow -\frac{v_۰}{t_۱} = -\frac{۳v_۰}{۴} \Rightarrow t_۱ = \frac{۴}{۳}\,s$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۲

۵۵ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = ۳t^۲ - ۱۲t + ۱۳$ است. در طی این حرکت، کم‌ترین طول بردار مکان متحرک چند متر است؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲/۵

۴) ۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

Box یادآوری ریاضی: در یک معادلهٔ درجه‌دوم مانند $x = At^۲ + Bt + C$، برای تعیین وضعیت ریشه‌های معادله، Δ را تشکیل می‌دهیم:

$$\Delta = B^۲ - ۴AC$$

اگر $\Delta > ۰$ باشد، معادله دارای دو ریشهٔ متفاوت است.

اگر $\Delta = ۰$ باشد، معادله دارای یک ریشهٔ مضاعف است.

اگر $\Delta < ۰$ باشد، معادله ریشه ندارد.

نکته کم‌ترین طول بردار مکان متحرک هنگامی است که مکان متحرک (x) کم‌ترین مقدار خود را داشته باشد.

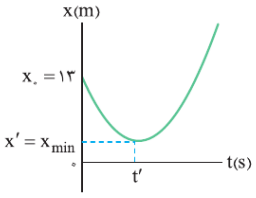
تشریحی ✔ **گام اول:** با استفاده از شکل کلی معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت، کمیت‌های a، $v_۰$ و $x_۰$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \\ x = ۳t^۲ - ۱۲t + ۱۳ \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{۲}a = ۳ \Rightarrow a = ۶\frac{m}{s^۲}\ ,\ v_۰ = -۱۲\frac{m}{s}\ ,\ x_۰ = ۱۳\,m$$

گام دوم: با به دست آوردن Δ، وضعیت ریشه‌های معادله را مشخص می‌کنیم:

$$\Delta = B^۲ - ۴AC \xrightarrow[C=۱۳]{A=۳\,,\,B=-۱۲} \Delta = (-۱۲)^۲ - ۴\times ۳\times ۱۳ \Rightarrow \Delta = ۱۴۴ - ۱۵۶ = -۱۲$$

بنابراین معادلهٔ مکان ـ زمان داده‌شده در این سؤال، ریشه ندارد و محور t را قطع نمی‌کند. اکنون نمودار مکان ـ زمان آن را رسم می‌کنیم:



گام سوم: در لحظهٔ t' (رأس سهمی) سرعت متحرک صفر است. این لحظه را به دست می‌آوریم:

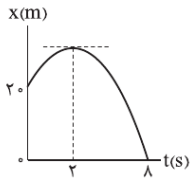
$$v = at + v_۰ \Rightarrow v' = at' + v_۰ \xrightarrow[v'=۰]{a=۶\frac{m}{s^۲}\,,\,v_۰=-۱۲\frac{m}{s}} ۰ = ۶t' - ۱۲ \Rightarrow ۶t' = ۱۲ \Rightarrow t' = ۲\,s$$

گام چهارم: در لحظهٔ $t' = ۲\,s$ متحرک کم‌ترین مکان خود را دارد و طول بردار مکان آن کم‌ترین مقدار خود را پیدا می‌کند. پس:

$$x_{min} = x' = ۳t'^۲ - ۱۲t' + ۱۳ \xrightarrow{t'=۲s} x_{min} = ۳(۲)^۲ - ۱۲(۲) + ۱۳ \Rightarrow x_{min} = ۱۲ - ۲۴ + ۱۳ = ۱\,m$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع ـ صفحهٔ ۱۳

۵۶ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به شکل سهمی زیر است. بردار مکان متحرک در لحظهٔ توقف کدام است؟



۱) $(۲۱\,m)\vec{i}$
۲) $(۲۲/۵\,m)\vec{i}$
۳) $(۲۴\,m)\vec{i}$
۴) $(۲۷/۵\,m)\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint با استفاده از معادلهٔ زمان ـ مکان در بازهٔ زمانی ۰ تا ۸ s و معادلهٔ سرعت ـ زمان در بازهٔ زمانی ۰ تا ۲ s یک دستگاه دو معادله و دو مجهولی تشکیل دهید و از آن‌جا کمیت‌های a و $v_۰$ را به دست‌آورید. سپس در لحظهٔ $t = ۲\,s$ مکان متحرک را پیدا کنید.

تشریحی **گام اول:** معادلهٔ مکان در حرکت با شتاب ثابت را در بازهٔ زمانی ۰ تا ۸ s برای این متحرک می‌نویسیم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \xrightarrow[x_۰=۲۰m]{t=۸s,\,x=۰} ۰ = \frac{۱}{۲}a\times ۶۴ + v_۰\times ۸ + ۲۰ \Rightarrow ۰ = ۳۲a + ۸v_۰ + ۲۰ \xrightarrow{\div ۴} ۰ = ۸a + ۲v_۰ + ۵$$

گام دوم: معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت را در بازهٔ زمانی ۰ تا ۲ s برای این متحرک می‌نویسیم:

$$v = at + v_۰ \xrightarrow[v=۰]{t=۲s} ۰ = ۲a + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۲a$$

معادلهٔ اخیر را با معادلهٔ به دست‌آمده در گام اول ترکیب می‌کنیم تا کمیت‌های a و $v_۰$ به دست آیند.

$$۸a + ۲v_۰ + ۵ = ۰ \xrightarrow{v_۰=-۲a} ۸a + ۲(-۲a) + ۵ = ۰ \Rightarrow ۴a = -۵ \Rightarrow a = -\frac{۵}{۴}\ \frac{m}{s^۲}$$

$$v_۰ = -۲a \Rightarrow v_۰ = -۲(-\frac{۵}{۴}) = \frac{۵}{۲}\ \frac{m}{s}$$

گام سوم: در لحظهٔ $t = ۲\,s$ سرعت متحرک صفر می‌شود و متحرک متوقف می‌شود. مکان متحرک را در این لحظه حساب می‌کنیم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \xrightarrow[a=-\frac{۵}{۴}\frac{m}{s^۲},\ v_۰=\frac{۵}{۲}\frac{m}{s}]{t=۲s} x = \frac{۱}{۲}(-\frac{۵}{۴})(۲)^۲ + \frac{۵}{۲}\times ۲ + ۲۰$$

$$\Rightarrow x = -\frac{۵}{۲} + ۲۵ = ۲۲/۵\,m \Rightarrow \vec{x} = (۲۲/۵m)\vec{i}$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۴

۵۷ بردار مکان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی محور x حرکت می‌کند، در دو لحظهٔ $t_1 = ۳\ s$ و $t_2 = ۷\ s$ تغییر جهت می‌دهد. اگر متحرک در مکان $x = -۲۰\ m$ تغییر جهت دهد، تندی متوسط آن در ۴ ثانیهٔ دوم حرکتش چند متر بر ثانیه است؟

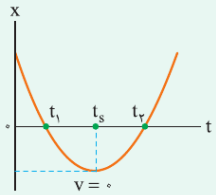
۱) ۲۰ ۲) ۱۰
۳) ۱۵ ۴) ۱۲/۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

Box

۱) در حرکت با شتاب ثابت روی محور x، هرگاه بردار مکان تغییر جهت دهد یعنی $x = ۰$ است، اما در لحظه‌ای که متحرک تغییر جهت می‌دهد، سرعت آن صفر است.

۲) در نمودار مکان ـ زمان مربوط به حرکت روی خط راست و با شتاب ثابت، زمان رأس سهمی (t_s) روی محور تقارن سهمی قرار می‌گیرد و داریم:



$$t_s = \frac{t_1 + t_2}{۲}$$

۳) در حرکت با شتاب ثابت روی محور x، با داشتن یک نقطه از نمودار مکان ـ زمان و ریشه‌های معادله $(\alpha$ و $\beta)$ می‌توانیم معادلهٔ مکان را بنویسیم.

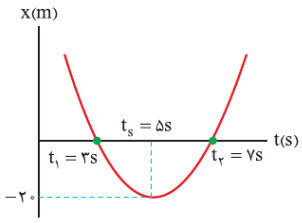
$$x = k(t-\alpha)(t-\beta)$$

با قراردادن مختصات نقطهٔ معلوم در معادلهٔ فوق، k به دست می‌آید و معادلهٔ مکان ـ زمان کامل می‌شود.

تشریحی

گام اول: نمودار مکان ـ زمان این متحرک را رسم می‌کنیم. این نمودار در لحظه‌های $t_1 = ۳\ s$ و $t_2 = ۷\ s$ که بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد، محور t را قطع می‌کند. هم‌چنین مکان $x = -۲۰\ m$ رأس سهمی است؛ زیرا متحرک در این مکان تغییر جهت می‌دهد و سرعت آن صفر می‌شود. از طرفی با توجه به قسمت دوم درس‌باکس داریم:

$$t_s = \frac{t_1 + t_2}{۲} = \frac{۳ + ۷}{۲} = ۵\ s$$



گام دوم: اکنون می‌توانیم به کمک قسمت سوم درس‌باکس معادلهٔ مکان ـ زمان سهمی را بنویسیم:

$$x = k(t-\alpha)(t-\beta) \xrightarrow[t=t_s=۵s \Rightarrow x=-۲۰m]{\alpha=t_1=۳s\ ,\ \beta=t_2=۷s} -۲۰ = k(۵-۳)(۵-۷) \Rightarrow -۲۰ = k(-۴) \Rightarrow k = ۵$$

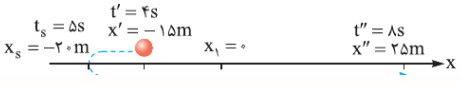
$$\Rightarrow x = ۵(t-۳)(t-۷)$$

گام سوم: چهار ثانیهٔ دوم حرکت یعنی از لحظهٔ $t' = ۴\ s$ تا لحظهٔ $t'' = ۸\ s$. مکان متحرک در این دو لحظه را حساب می‌کنیم.

$$t' = ۴s \Rightarrow x' = ۵(۴-۳)(۴-۷) = -۱۵m$$

$$t'' = ۸s \Rightarrow x'' = ۵(۸-۳)(۸-۷) = ۲۵\,m$$

با توجه به مسیر حرکت متحرک که در شکل زیر با خط‌چین نشان داده‌شده است، مسافت طی‌شده در چهار ثانیهٔ دوم را به دست می‌آوریم:



پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۵

$$l = |x_s - x'| + (x'' - x_s) = |-۲۰ + ۱۵| + (۲۵ - (-۲۰)) = ۵ + ۴۵ = ۵۰\,m$$

در پایان نیز تندی متوسط در ۴ ثانیهٔ دوم حرکت را پیدا می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۵۰}{۸ - ۴} = ۱۲/۵\,\frac{m}{s}$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۶

۵۸ متحرکی با شتاب ثابت $-۲\ m/s^۲$ روی خط راست در حال حرکت است. اگر بزرگی جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ دهم و ثانیهٔ یازدهم با هم برابر باشند، بزرگی جابه‌جایی آن در ثانیهٔ پنجم چند متر است؟

۱) ۹ ۲) ۱۱ ۳) ۲۱ ۴) ۷۵

پاسخ: گزینهٔ ۲

Box

۱) در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، اگر بزرگی جابه‌جایی متحرک در دو بازهٔ زمانی یکسان و متوالی $(t'-t_۱)$ و $(t_۲-t')$ برابر باشد، یعنی متحرک در لحظهٔ t' متوقف شده است.

۲) در حرکت با شتاب ثابت a و سرعت اولیهٔ $v_۰$ روی محور x، جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ nام حرکت از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x_n = (n-۰/۵)a + v_۰$$

تشریحی ✔

گام اول: بزرگی جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $۹\ s$ تا $۱۰\ s$ و $۱۰\ s$ تا $۱۱\ s$ یکسان است؛ بنابراین سرعت متحرک در لحظهٔ $t'=۱۰\ s$ برابر با صفر است. بنابراین می‌توانیم به کمک معادلهٔ سرعت ـ زمان، مقدار $v_۰$ را به دست آوریم:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = -۲\times ۱۰ + v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۲۰\,\frac{m}{s}$$

گام دوم: با استفاده از قسمت دوم درس‌باکس، جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ پنجم حرکت را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x_n = (n-۰/۵)a + v_۰ \xrightarrow[v_۰=۲۰\,\frac{m}{s}]{n=۵\ ,\ a=-۲\,\frac{m}{s^۲}} \Delta x_۵ = (۵-۰/۵)(-۲) + ۲۰ = -۹ + ۲۰ = ۱۱\ m$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۷

۵۹ خودرویی با سرعت ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است که راننده یک سرعت‌گیر را جلوی خود می‌بیند و از لحظه‌ای که در فاصلهٔ ۳۶ متری سرعت‌گیر قرار دارد، با شتاب ثابت ترمز می‌کند. اگر جابه‌جایی خودرو در ثانیه‌های دوم و سوم بعد از ترمز به ترتیب $10/5\ m$ و $7/5\ m$ باشد، کدام موارد درست است؟

الف) خودرو در ۲ ثانیهٔ قبل از رسیدن به سرعت‌گیر مسافت $6\ m$ را می‌پیماید.

ب) تندی متوسط خودرو از $2\ s$ قبل از ترمزکردن تا لحظهٔ رسیدن به سرعت‌گیر $11\frac{m}{s}$ است.

پ) خودرو $5\ s$ پس از ترمز به سرعت‌گیر می‌رسد.

ت) خودرو با تندی $3\frac{m}{s}$ از روی سرعت‌گیر عبور می‌کند.

۱) الف و پ ۲) الف و ت

۳) ب و پ ۴) ب و ت

پاسخ: گزینهٔ ۴

Box

۱) در یک حرکت کندشونده روی خط راست و با شتاب ثابت a، متحرک در هر ثانیه نسبت به ثانیهٔ قبل خود به اندازهٔ $|a|$ مسافت کم‌تری را می‌پیماید.

۲) در حرکت با شتاب ثابت روی خط راست، سرعت متوسط متحرک در یک بازهٔ زمانی، برابر است با سرعت لحظه‌ای در وسط همین بازهٔ زمانی.

تشریحی ✔

گام اول: اندازهٔ اختلاف جابه‌جایی‌های خودرو در ثانیه‌های دوم و سوم بعد از ترمز، به اندازهٔ قدرمطلق شتاب حرکت است.

$$|a| = 10/5 - 7/5 = 3\ \frac{m}{s^2}$$

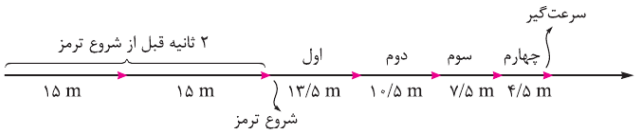
پس جابه‌جایی خودرو در ثانیهٔ اول پس از ترمز برابر است با:

$$\Delta x_1 - \Delta x_2 = |a| \Rightarrow \Delta x_1 - 10/5 = 3 \Rightarrow \Delta x_1 = 13/5\ m$$

حالا باید سرعت ثابتی که خودرو قبل از ترمزکردن داشت را به دست آوریم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 13/5 = \frac{1}{2}\times(-3)\times(1)^2 + 1\times v_0 \Rightarrow v_0 = 15\ m/s$$

قبل از ترمز کردن، خودرو در هر ثانیه، به اندازهٔ $15\ m$ جابه‌جا می‌شود. شکل زیر جابه‌جایی خودرو در مدت $2\ s$ قبل از ترمز تا رسیدن به سرعت‌گیر را نشان می‌دهد:



گام دوم: عبارت‌های داده‌شده را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

الف) نادرست. خودرو در ۲ ثانیهٔ قبل از رسیدن به سرعت‌گیر مسافت $12m$ را می‌پیماید. $7/5 + 4/5 = 12m$

ب) درست. از $2\ s$ قبل از ترمز تا لحظهٔ رسیدن به سرعت‌گیر، مسافت طی‌شده توسط خودرو را به دست می‌آوریم:

$$l = 15 + 15 + 13/5 + 10/5 + 7/5 + 4/5 = 66\ m$$

تندی متوسط در این بازهٔ زمانی را حساب می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{66}{6} = 11\ \frac{m}{s}$$

پ) نادرست. خودرو ۴ ثانیه بعد از شروع ترمز به سرعت‌گیر می‌رسد.

ت) درست. تندی خودرو هنگام عبور از سرعت‌گیر برابر است با:

$$v = at + v_0 = -3\times 4 + 15 = 3\ \frac{m}{s}$$

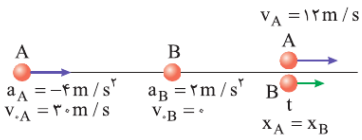
پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۸

۶۰ خودرویی در مسیر مستقیم با سرعت $۳۰\frac{m}{s}$ در حرکت است که ناگهان راننده، موتورسیکلتی را پیش روی خود می‌بیند که از حال سکون و با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ در جهت حرکت خودرو شروع به حرکت می‌کند. راننده بلافاصله با شتابی به اندازهٔ $۴\frac{m}{s^۲}$ ترمز می‌گیرد، اما با سرعت $۱۲\frac{m}{s}$ به موتورسیکلت برخورد می‌کند. فاصلهٔ موتورسیکلت از خودرو در لحظه‌ای که راننده شروع به ترمز می‌کند، چند متر است؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۱۴/۷۵
۳) ۷۴/۲۵ ۴) ۹۴/۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

شریحی ✔ **گام اول:** به کمک معادلهٔ سرعت ـ زمان اتومبیل، زمان برخورد اتومبیل (A) به موتورسیکلت (B) را به دست می‌آوریم:



$$v_A = a_A t + v_{۰A} \Rightarrow ۱۲ = -۴t + ۳۰ \Rightarrow ۴t = ۱۸ \Rightarrow t = ۴/۵\ s$$

گام دوم: محل شروع ترمز اتومبیل را به عنوان مبدأ مختصات در نظر گرفته و معادلهٔ مکان ـ زمان هر دو متحرک را می‌نویسیم و با هم برابر قرار می‌دهیم تا لحظهٔ برخورد آن‌ها به دست آید.

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_A t^۲ + v_{۰A}t + x_{۰A} = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_{۰B}t + x_{۰B}$$

$$\xrightarrow[a_B = ۲\frac{m}{s^۲},\ v_{۰B} = ۰]{x_{۰A} = ۰,\ a_A = -۴\frac{m}{s^۲},\ v_{۰A} = ۳۰\frac{m}{s}} \frac{۱}{۲}(-۴)t^۲ + ۳۰t = \frac{۱}{۲}(۲)t^۲ + x_{۰B}$$

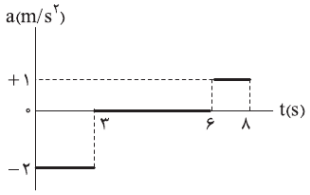
$$\Rightarrow -۲t^۲ + ۳۰t = t^۲ + x_{۰B} \Rightarrow x_{۰B} = -۳t^۲ + ۳۰t$$

$$\xrightarrow{t = ۴/۵ s} x_{۰B} = -۳(۴/۵)^۲ + ۳۰ \times ۴/۵ = -۳(۲۰/۲۵) + ۱۳۵ = ۷۴/۲۵\ m$$

فاصلهٔ اولیهٔ موتورسیکلت از اتومبیل در لحظهٔ شروع ترمز، همین $x_{۰B}$ یعنی $۷۴/۲۵\ m$ است.

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۹

۶۱ نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر بردار سرعت متحرک در $t_1 = 1\,s$ به صورت $(+2\frac{m}{s})\vec{i}$ باشد، تندی متوسط متحرک در ۸ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



۱) $\frac{۱۵}{۸}$

۲) $\frac{۱۳}{۸}$

۳) $\frac{۹}{۸}$

۴) $\frac{۵}{۸}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

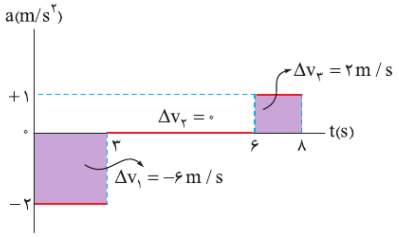
Box تشریحی

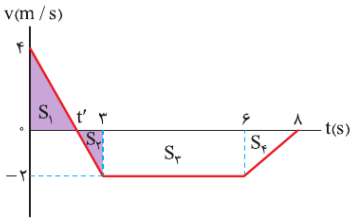
مساحت سطح محدود بین نمودار شتاب ـ زمان و محور زمان در هر بازهٔ زمانی، برابر با اندازهٔ تغییر سرعت متحرک در آن بازهٔ زمانی است.

گام اول: به کمک معادلهٔ سرعت ـ زمان، سرعت اولیهٔ متحرک (v_0) را به دست می‌آوریم:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[a=-2\frac{m}{s^2}]{v=2\frac{m}{s},\ t_1=1\,s} 2 = -2(1) + v_0 \Rightarrow v_0 = 4\frac{m}{s}$$

گام دوم: با استفاده از مساحت سطح محدود بین نمودار شتاب ـ زمان و محور زمان، تغییرات سرعت در هر مرحله را محاسبه کرده و نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم می کنیم.





به کمک رابطهٔ تالس، لحظهٔ t' را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{4}{2} = \frac{t'-0}{3-t'} \Rightarrow t' = 6 - 2t' \Rightarrow 3t' = 6 \Rightarrow t' = 2\,s$$

گام سوم: قدرمطلق مساحت سطح محدود بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان را که با مسافت طی‌شده برابر است، در بازهٔ زمانی ۸s به دست می‌آوریم:

$$l = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \frac{2\times4}{2} + \frac{1\times2}{2} + 3\times2 + \frac{2\times2}{2} = 13\,m$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{13}{8}\frac{m}{s}$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۲۰

۶۲ خودرویی با سرعت ثابت $108\frac{km}{h}$ در یک مسیر مستقیم در حرکت است. در لحظهٔ گذشتن خودرو از کنار یک خودروی پلیس، خودروی پلیس با شتاب $5\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. فاصلهٔ میان دو خودرو در بازهٔ زمانی $5\ s$ تا $8\ s$ پس از شروع حرکت پلیس، چند متر تغییر می‌کند؟

۱) صفر
۲) ۲/۵
۳) ۵
۴) ۷/۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

Box

معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت به صورت مقابل است: $x = vt + x_0$

x = مکان متحرک در لحظهٔ t (m)

x_0 = مکان اولیه یا مبدأ حرکت (m)

v = سرعت متحرک $(\frac{m}{s})$

t = زمان (s)

تشریحی ✓

گام اول: لحظهٔ عبور خودرو (A) از کنار خودروی پلیس (B) را به عنوان مبدأ حرکت در نظر می‌گیریم و معادلهٔ مکان ـ زمان هر یک از آن‌ها را می‌نویسیم $(x_{0A} = x_{0B} = 0)$

$$v_A = 108\frac{km}{h} = \frac{108}{3/6} = 30\frac{m}{s}$$

$$x_A = v_A t + x_{0A} \xrightarrow[x_{0A}=0]{v_A=30\frac{m}{s}} x_A = 30t$$

$$x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{0B}t + x_{0B} \xrightarrow[a_B=5\frac{m}{s^2},\ x_{0B}=0]{v_{0B}=0} x_B = \frac{5}{2}t^2$$

گام دوم: جابه‌جایی هر دو متحرک A و B را در بازهٔ زمانی $t = 5\ s$ تا $t' = 8\ s$ به دست می‌آوریم و اختلاف آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{l} t = 5\ s \Rightarrow x_A = 30\times 5 = 150\ m \\ t' = 8\ s \Rightarrow x'_A = 30\times 8 = 240\ m \end{array}\right\} \Rightarrow x'_A - x_A = 240 - 150 \Rightarrow \Delta x_A = 90\ m$$

$$\left.\begin{array}{l} t = 5\ s \Rightarrow x_B = \frac{5}{2}\times 5^2 = 62/5\ m \\ t' = 8\ s \Rightarrow x'_B = \frac{5}{2}\times 8^2 = 160\ m \end{array}\right\} \Rightarrow x'_B - x_B = 160 - 62/5 \Rightarrow \Delta x_B = 97/5\ m$$

$$\Delta x_B - \Delta x_A = 97/5 - 90 = 7/5 m$$

قانون دوم نیوتون و نیروهای اصطکاک

فرمول‌های ۷۲، ۷۳ و ۷۴

۷۲ قانون دوم نیوتون

$$F_{net} = ma$$

۷۳ نیروی اصطکاک جنبشی

$$f_k = \mu_k F_N$$

۷۴ نیروی اصطکاک ایستایی

$$f_s = \mu_s F_N$$
$$\mu_s > \mu_k$$

a شتاب m/s^2	m جرم kg	F نیروی خالص N
F■ نیروی عمودی N	μ ضریب اصطکاک	f اصطکاک N

✓ تست آسان

سؤال شماره ۱ جزوه

۵۰- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) اگر تندی متحرکی ثابت باشد، نیروی خالص وارد بر آن الزاماً برابر صفر است.

ب) نیروی خالص وارد بر یک متحرک، الزاماً در جهت حرکت آن است.

پ) نیروهای کنش و واکنش، همواره به دو جسم وارد شده و منجر به اثرات یکسانی روی آن‌ها می‌شوند.

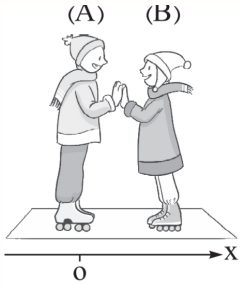
ت) اگر نیروهای وارد بر متحرکی متوازن باشند، متحرک روی خط راست به حرکت خود ادامه می‌دهد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

■ تست متوسط

سؤال شماره ۲ جزوه

۵۱- در شکل مقابل، دو شخص A و B که جرم آن‌ها به ترتیب ۸۰ kg و ۵۰ kg است، با کفش‌های چرخدار در یک سطح افقی، روبه‌روی هم ایستاده‌اند. اگر شخص A، با نیروی ۱۰۰ نیوتونی، شخص B را به طرف راست هل دهد، شتابی که شخص A می‌گیرد، برحسب متر بر مربع ثانیه، کدام است؟ (اتلاف انرژی در چرخ‌ها ناچیز است.)



۱) $2\vec{i}$ ۲) $-2\vec{i}$

۳) $1/25\vec{i}$ ۴) $-1/25\vec{i}$

Abedinifarzam.com • @physics_farzam
SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

قانون دوم نیوتون و نیروهای اصطکاک

ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۷۲، ۷۳ و ۷۴

تست دشوار

سؤال شماره ۳ جزوه

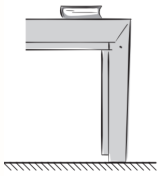
۵۳- چتربازی به جرم $۷۰\ kg$ مدتی پس از یک پرش آزاد، چتر خود را باز می‌کند. ناگهان نیروی مقاومت هوا افزایش می‌یابد و حرکت چترباز کند می‌شود. اگر شتاب حرکت چترباز در یک لحظه پس از بازشدن چتر $۸\ m/s^۲$ رو به بالا باشد، اندازهٔ نیروی مقاومت هوا در این لحظه چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$

۱) ۱۴۰ ۲) ۵۶۰ ۳) ۸۴۰ ۴) ۱۲۶۰

تست آسان

سؤال شماره ۴ جزوه

۵۲- در شکل زیر، میزی روی سطح افقی و کتابی روی میز قرار دارد. کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟



۱) واکنش نیروی وزن وارد بر کتاب، به میز وارد می‌شود.
۲) دو نیروی عمودی سطح و وزن وارد بر کتاب، کنش و واکنش‌اند.
۳) واکنش نیروهای وارد بر میز، فقط به کتاب و سطح افقی وارد می‌شود.
۴) واکنش نیروی عمودی سطح وارد بر کتاب، رو به پایین به میز وارد می‌شود.

تست متوسط

سؤال شماره ۵ جزوه

۵۴- دو گوی هم‌اندازهٔ A و B را از سطح زمین، با تندی یکسان، در راستای قائم و به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر جرم گوی B بیشتر از جرم گوی A و اندازهٔ نیروی مقاومت هوای وارد بر دو گوی، ثابت و یکسان باشد، به ترتیب از راست به چپ، جهت حرکت کدام گوی زودتر تغییر می‌کند و بیشینهٔ ارتفاع کدام گوی، بیشتر است؟

۱) A ،A ۲) B ،B ۳) B ،A ۴) A ،B

قانون دوم نیوتون و نیروهای اصطکاک

ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۷۲، ۷۳ و ۷۴

تست دشوار

سؤال شماره ۶ جزوه

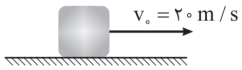
۵۵- شخصی به جرم ۶۰kg درون آسانسور روی ترازوی فنری ایستاده است. آسانسور ابتدا با شتاب ثابت به بزرگی a رو به بالا شروع به حرکت می‌کند و پس از مدتی حرکت خود را با شتاب ثابتی به بزرگی $\frac{a}{۲}$ کند می‌کند. اگر در طی این حرکت، مقداری که ترازو نشان می‌دهد، ۲۵ درصد تغییر کند، a چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(g = ۱۰ m/s^۲)$

۱) ۲/۵ ۲) ۲ ۳) ۱/۲۵ ۴) ۱

تست آسان

سؤال شماره ۷ جزوه

۵۶- در شکل زیر، مکعب چوبی را با تندی $۲۰ m/s$ روی سطح افقی پرتاب می‌کنیم. اگر مکعب چوبی پس از طی مسافت $۴۰ m$ متوقف شود، ضریب اصطکاک جنبشی سطح با جسم کدام است؟ $(g = ۱۰ m/s^۲)$

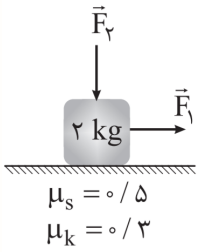


۱) ۰/۲ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۷۵

تست متوسط

سؤال شماره ۸ جزوه

۵۸- در شکل مقابل، به جسمی به جرم ۲ kg که روی سطح افقی قرار دارد، نیروهای افقی $\vec{F}_۱$ و قائم $\vec{F}_۲$ وارد شده و جسم در آستانهٔ حرکت است. اگر جهت نیروی $\vec{F}_۲$ قرینه شود، جسم با شتاب $۴ m/s^۲$ شروع به حرکت می‌کند. بزرگی $\vec{F}_۱$ چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰ m/s^۲)$



۱) ۵ ۲) ۱۴ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۲۰

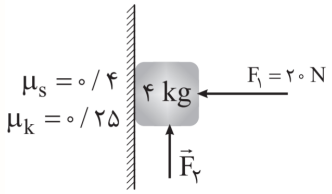
قانون دوم نیوتون و نیروهای اصطکاک

ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۷۲، ۷۳ و ۷۴

تست دشوار

سؤال شماره ۹ جزوه

۵۹- مطابق شکل، به جسمی به جرم ۴kg نیروهای افقی $\vec{F}_1$ و قائم $\vec{F}_2$ وارد شده و جسم در آستانهٔ حرکت رو به پایین قرار دارد. اگر بزرگی هر یک از نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$، ۲ برابر شود، بزرگی شتاب جسم چند متر بر مربع ثانیه می‌شود؟ $(g = 10 m/s^2)$

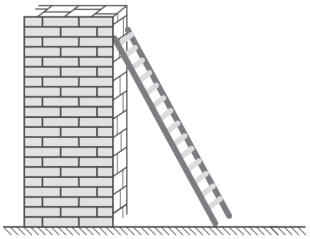


۱) صفر
۲) ۲
۳) ۳/۵
۴) ۴/۷۵

تست آسان

سؤال شماره ۱۰ جزوه

۶۰- در شکل مقابل، نردبانی به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده و ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح افقی و نردبان برابر ۰/۷۵ است. اگر نردبان در آستانهٔ سرخوردن باشد، اندازهٔ نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند، چند برابر اندازهٔ نیرویی است که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند؟

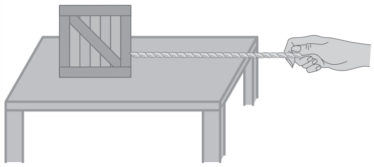


۱) $\frac{3}{4}$
۲) $\frac{4}{3}$
۳) $\frac{3}{5}$
۴) $\frac{5}{3}$

تست متوسط

سؤال شماره ۱۱ جزوه

۵۶- در شکل زیر، توسط یک نخ افقی با جرم ناچیز، جعبهٔ ساکنی به جرم ۵ kg را روی سطح افقی یک میز به ضریب اصطکاک جنبشی ۰/۴ به حرکت درمی‌آوریم. اگر تندی جعبه پس از ۸۰ cm جابه‌جایی به ۰/۸ m/s برسد، کدام‌یک از موارد زیر درست است؟ $(g = 10 m/s^2)$



الف) اندازهٔ نیروی کشش نخ ۱۸ N است.
ب) اندازهٔ نیروی کشش نخ ۲۲ N است.
پ) نیرویی که نخ به دست شخص وارد می‌کند، به سمت چپ است.
ت) اندازهٔ نیرویی که طناب به جعبه وارد می‌کند، بزرگ‌تر از اندازهٔ نیرویی است که جعبه به طناب وارد می‌کند.

۱) الف ـ پ
۲) الف ـ ت
۳) ب ـ پ
۴) ب ـ ت

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

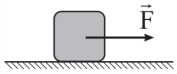
قانون دوم نیوتون و نیروهای اصطکاک

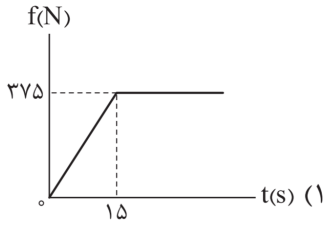
ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۷۲، ۷۳ و ۷۴

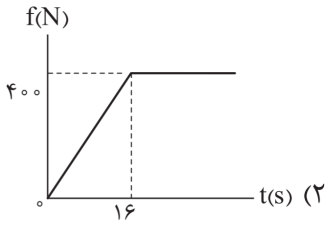
تست دشوار

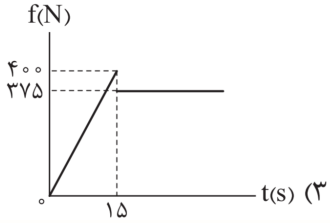
سؤال شماره ۱۲ جزوه

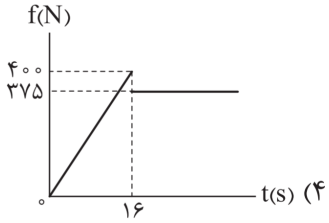
۵۹- در شکل زیر، جسمی به جرم $50\ kg$ روی سطح افقی به ضریب اصطکاک ایستایی $0/8$ و ضریب اصطکاک جنبشی $0/75$ ساکن است. به این جسم نیروی افقی $\vec{F}$ وارد می‌شود. اگر اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ برحسب زمان در SI به صورت $F = 25t$ تغییر کند، نمودار اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر جسم برحسب زمان (t) کدام است؟ $(g = 10\ m/s^2)$



۱)


۲)


۳)


۴)


نیروی کشسانی فنر

فرمول ۷۵

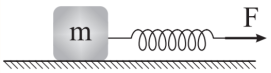
۷۵ قانون هوک

$$F_e = -k\Delta x$$

- Δx تغییر طول (m)
- k ثابت فنر (N/m)
- F نیروی کشسانی (N)

تست آسان — سؤال شماره ۱۳ جزوه

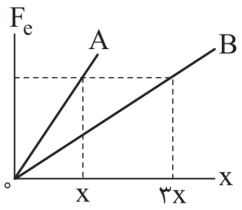
۵۷- در شکل زیر، جسمی به جرم $2/4\ kg$ توسط فنری افقی با ثابت $500\ N/m$ و جرم ناچیز، با سرعت ثابت روی سطح افقی کشیده می‌شود. اگر اندازهٔ نیروی سطح وارد بر جسم $26N$ باشد، افزایش طول فنر نسبت به حالت عادی در آن، چند سانتی‌متر است؟ $(g = 10N/Kg)$



۱) ۴/۸
۲) ۲
۳) ۲/۴
۴) ۱

تست متوسط — سؤال شماره ۱۴ جزوه

۶۱- نمودار اندازهٔ نیروی کشسانی در فنرهای A و B برحسب تغییر طول آن‌ها نسبت به حالت عادی به شکل روبه‌رو است. فنرها را به طور جداگانه از نقطه‌ای آویزان کرده و به انتهای دیگر آن‌ها، به ترتیب وزنه‌هایی به جرم m و $2m$ وصل می‌کنیم. در حالت تعادل، تغییر طول فنر A نسبت به حالت عادی، چند برابر تغییر طول فنر B نسبت به حالت عادی است؟ $(g = 9/8\ N/kg)$



۱) ۶
۲) $\frac{1}{6}$
۳) $\frac{3}{2}$
۴) $\frac{2}{3}$

تست دشوار — سؤال شماره ۱۵ جزوه

۶۲- وزنه‌ای به جرم $2\ kg$ را به انتهای فنری به ثابت $100\ N/m$ که از سقف آسانسور آویزان است، می‌بندیم. وقتی آسانسور با شتاب رو به پایین $2\ m/s^2$ حرکت می‌کند، طول فنر به L_1 می‌رسد و هنگامی که آسانسور با شتاب رو به بالای $1\ m/s^2$ حرکت می‌کند، طول فنر به L_2 می‌رسد. $L_2 - L_1$ چند سانتی‌متر است؟

۱) ۲
۲) -2
۳) ۶
۴) -6

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

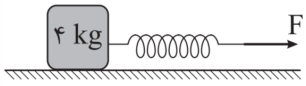
نیروی کشسانی فنر

ادامهٔ تست‌های فرمول ۷۵

تست آسان

سؤال شماره ۱۶ جزوه

۶۰- در شکل زیر، جسمی به جرم $4\ kg$ روی سطح افقی توسط فنری افقی با ثابت $500\ N/m$ و با سرعت ثابت کشیده می‌شود. اگر بزرگی نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند $50\ N$ باشد، طول فنر نسبت به طول عادی آن چند سانتی‌متر افزایش پیدا می‌کند؟ ($g = 10\ N/kg$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

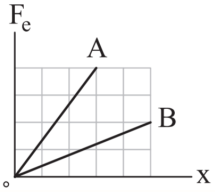


۱) ۴
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۰

تست متوسط

سؤال شماره ۱۷ جزوه

۵۵- نمودار نیروی کشسانی دو فنر A و B برحسب تغییر طول آن‌ها به شکل زیر است. ثابت فنر A چند برابر ثابت فنر B است؟



۱) $\frac{8}{15}$
۲) $\frac{15}{8}$
۳) $\frac{3}{10}$
۴) $\frac{10}{3}$

تست دشوار

سؤال شماره ۱۸ جزوه

۵۸- جسمی به جرم $4\ kg$ را به انتهای فنری به طول $30\ cm$ و ثابت $600\ N/m$ می‌بندیم. انتهای دیگر فنر را به سقف آسانسوری متصل می‌کنیم. با حرکت آسانسور، طول فنر به $35\ cm$ می‌رسد. در این حالت، شتاب آسانسور چند متر بر مربع ثانیه و در چه جهتی است؟ ($g = 10\ N/kg$)

۱) ۵ / ۲، رو به بالا
۲) ۵ / ۲، رو به پایین
۳) ۵ / ۷، رو به بالا
۴) ۵ / ۷، رو به پایین

گرانش عمومی و شتاب گرانشی

فرمول‌های ۷۶ و ۷۷

۷۶ قانون گرانش عمومی

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

۷۷ شتاب گرانشی

$$g = G\frac{M}{r^2}$$

M جرم سیاره (kg)	G ثابت جهانی ($N.m^2/kg^2$)	F نیروی گرانشی (N)
	g شتاب گرانشی (m/s^2)	r فاصله از مرکز (m)

تست آسان — سؤال شماره ۱۹ جزوه

۴۶- جرم ماهواره‌ای ۴۰۰ kg و فاصلهٔ آن از سطح زمین ۱۶۰۰ km است. نیروی گرانشی بین ماهواره و زمین چند نیوتون است؟ ($R_e = ۶۴۰۰\ km$ ، $M_e = ۶\times۱۰^{۲۴}\ kg$ ، $G = \frac{۲۰}{۳}\times۱۰^{-۱۱}\ \frac{N.m^۲}{kg^۲}$)

۱) ۲۲۵ ۲) ۲۵۰ ۳) ۲۲۵۰ ۴) ۲۵۰۰

تست متوسط — سؤال شماره ۲۰ جزوه

۴۷- فاصلهٔ یک جسم از مرکز زمین چند برابر شعاع زمین باشد تا شتاب گرانشی در محل جسم به $\frac{۱}{۴}$ مقدار خود در سطح زمین برسد؟

۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

تست دشوار — سؤال شماره ۲۱ جزوه

۴۹- جرم خورشید و زمین به ترتیب برابر $۲\times۱۰^{۳۰}\ kg$ و $۶\times۱۰^{۲۴}\ kg$ و فاصلهٔ زمین تا خورشید برابر $۱/۵\times۱۰^{۸}\ km$ است. شتاب گرانش ناشی از خورشید در سطح زمین چند متر بر مربع ثانیه است؟ ($G = ۶/۶۶\times۱۰^{-۱۱}\ \frac{N.m^۲}{kg^۲}$)

۱) $۲/۹۶\times۱۰^{-۲}$ ۲) $۲/۹۶\times۱۰^{-۳}$ ۳) $۵/۹۲\times۱۰^{-۲}$ ۴) $۵/۹۲\times۱۰^{-۳}$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

تکانه، نیرو و انرژی جنبشی

فرمول‌های ۷۸، ۷۹ و ۸۰

۷۸ تکانه

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

۷۹ رابطهٔ نیرو و تغییر تکانه

$$\vec{F}_{net} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

۸۰ رابطهٔ تکانه و انرژی جنبشی

$$K = \frac{p^2}{2m}$$

v سرعت (m/s)	m جرم (kg)	p تکانه (kg.m/s)	
t زمان (s)	K انرژی جنبشی (J)	F نیروی خالص (N)	

✓ تست آسان

سؤال شماره ۲۲ جزوه

۵۰- خودرویی که در مسیری مستقیم در حال حرکت است، به دیواری برخورد می‌کند و در همان راستا برمی‌گردد. اگر تندی خودرو قبل و بعد از برخورد به ترتیب $۳۰\ km/h$ و $۶\ km/h$ باشد و برخورد $۰/۱۵\ s$ طول بکشد، اندازهٔ نیروی متوسط وارد بر خودرو از طرف دیوار چند برابر وزن خودرو است؟ $(g = ۱۰\ N/kg)$

۱) $\frac{۲۰}{۳}$ ۲) $\frac{۲۰۰}{۳}$ ۳) $\frac{۴۰}{۹}$ ۴) $\frac{۴۰۰}{۹}$

■ تست متوسط

سؤال شماره ۲۳ جزوه

۵۱- تندی یک موشک در یک بازهٔ زمانی، ۲۵ درصد افزایش یافته است. اگر در این بازهٔ زمانی، انرژی جنبشی موشک ثابت مانده باشد، اندازهٔ تکانهٔ موشک چند درصد و چگونه تغییر کرده است؟

۱) ۲۵، کاهش یافته است.
۲) ۲۵، افزایش یافته است.
۳) ۲۰، کاهش یافته است.
۴) ۲۰، افزایش یافته است.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

تکانه، نیرو و انرژی جنبشی

ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۷۸، ۷۹ و ۸۰

تست دشوار

سؤال شماره ۲۴ جزوه

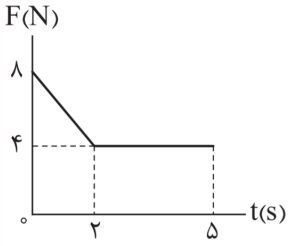
۵۲- معادلهٔ تکانه ـ زمان جسمی به جرم $۲\ kg$ که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $p = -t^۲ + ۶t - ۸$ است. نیروی خالص متوسط وارد بر این جسم، در مدتی که به صورت کندشونده در جهت محور x حرکت می‌کند، بر حسب نیوتون، کدام است؟

۱) $۲\vec{i}$ ۲) $-\vec{i}$ ۳) $۴\vec{i}$ ۴) $-۳\vec{i}$

تست آسان

سؤال شماره ۲۵ جزوه

۵۳- نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی برحسب زمان به شکل زیر است. اگر جهت حرکت جسم در لحظهٔ $t = ۴\ s$ تغییر کند، تکانهٔ جسم در مبدأ زمان در SI کدام است؟

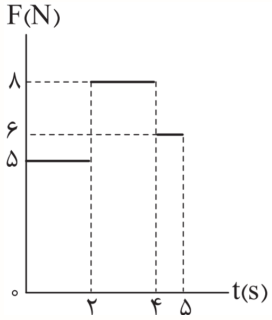


۱) $۲۰\vec{i}$
۲) $-۲۰\vec{i}$
۳) $۲۴\vec{i}$
۴) $-۲۴\vec{i}$

تست متوسط

سؤال شماره ۲۶ جزوه

۵۴- شکل مقابل، نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی برحسب زمان را نشان می‌دهد. اگر تکانهٔ جسم در لحظهٔ $t = ۵\ s$ برابر $(۳۰\frac{kg.m}{s})\vec{i}$ باشد، تکانهٔ جسم در مبدأ زمان در SI کدام است؟



۱) $۲\vec{i}$ ۲) $-۲\vec{i}$
۳) $۶۲\vec{i}$ ۴) $-۶۲\vec{i}$

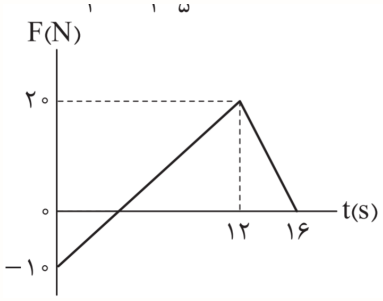
تکانه، نیرو و انرژی جنبشی

ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۷۸، ۷۹ و ۸۰

تست دشوار

سؤال شماره ۲۷ جزوه

۵۴- نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی به جرم $700\ g$، برحسب زمان مطابق شکل مقابل است. اندازهٔ شتاب متوسط جسم در بازهٔ زمانی $t_1 = 2\ s$ تا $t_2 = 14\ s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) ۷/۵
۲) ۱۰
۳) ۱۲/۵
۴) ۱۵

پاسخ سؤال ۱

چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) اگر تندی متحرکی ثابت باشد، نیروی خالص وارد بر آن الزاماً برابر صفر است.

ب) نیروی خالص وارد بر یک متحرک، الزاماً در جهت حرکت آن است.

پ) نیروهای کنش و واکنش، همواره به دو جسم وارد شده و منجر به اثرات یکسانی روی آن‌ها می‌شوند.

ت) اگر نیروهای وارد بر متحرکی متوازن باشند، متحرک روی خط راست به حرکت خود ادامه می‌دهد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

درستی یا نادرستی عبارت‌های داده‌شده را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

الف) ممکن است که متحرک با تندی ثابت حرکت کند، اما حرکت آن روی خط راست نباشد، مانند جسمی که با تندی ثابت روی مسیر دایره‌ای می‌چرخد. در این صورت به علت تغییر جهت سرعت، شتاب به وجود می‌آید و نیروی خالص وارد بر متحرک صفر نیست؛ بنابراین مورد «الف» الزاماً درست نیست.

ب) ممکن است نیروی خالص وارد بر یک متحرک در جهت حرکت آن نباشد. مثلاً خودرویی که روی خط راست حرکت می‌کند، وقتی ترمز می‌گیرد، نیروی خالص وارد بر آن در خلاف جهت حرکت است؛ پس مورد «ب» الزاماً درست نیست.

پ) نیروهای کنش و واکنش گرچه هم‌اندازه هستند، اما چون در حالت کلی به دو جسم متفاوت و با شرایط متفاوت وارد می‌شوند، الزاماً منجر به اثرات یکسانی نخواهند شد. مثلاً در برخورد یک کامیون با یک موتورسیکلت، هر دو، نیرویی به یک اندازه به یکدیگر وارد می‌کنند، ولی اثر این برخورد روی آن دو کاملاً متفاوت است؛ پس مورد «پ» نادرست است.

ت) اگر نیروهای وارد بر متحرکی متوازن باشند، $F_{net} = 0$ بوده و شتاب حرکت صفر می‌شود. در این صورت با توجه به قانون اول نیوتون، متحرک روی خط راست به حرکت خود ادامه می‌دهد؛ یعنی مورد «ت» درست است.

بنابراین فقط مورد «ت» صحیح بوده و گزینهٔ (۱) را انتخاب می‌کنیم.

پاسخ تشریحی

پاسخ سؤال ۲

با توجه به قانون‌های دوم و سوم نیوتون، نیروی وارد بر شخص A و شتابی را که او می‌گیرد، به دست آورید.

قانون سوم نیوتون: هرگاه جسم A به جسم B نیرو وارد کند، جسم B هم به جسم A نیرویی هم‌اندازه و هم‌راستا، ولی در خلاف جهت وارد می‌کند.

گام اول: از قانون سوم نیوتون می‌دانیم نیرویی که شخص A به B وارد می‌کند $(\vec{F}_{AB})$ هم‌اندازه و در خلاف جهت نیرویی است که شخص B به A وارد می‌کند $(\vec{F}_{BA})$. با توجه به این‌که جهت مثبت محور x به طرف راست است، می‌توانیم بنویسیم:

$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB} \xrightarrow[\vec{F}_{AB}=(۱۰۰\text{N})\vec{i}]{F_{BA}=F_{AB}=۱۰۰\text{N}} \vec{F}_{BA} = -(۱۰۰\text{N})\vec{i}$$

گام دوم: قانون دوم نیوتون را برای شخص A می‌نویسیم و از آن‌جا، شتابی را که او می‌گیرد به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_{BA} = m_A\vec{a}_A \xrightarrow[m_A=۸۰\text{kg}]{\vec{F}_{BA}=-(۱۰۰\text{N})\vec{i}} \vec{a}_A = -(\frac{۱۰۰}{۸۰})\vec{i} \Rightarrow \vec{a}_A = -(۱/۲۵\,\text{m/s}^۲)\,\vec{i}$$

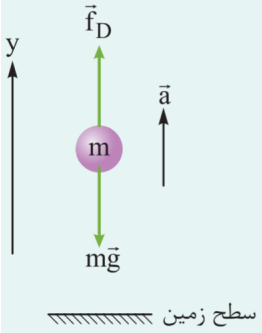
بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ سؤال ۳

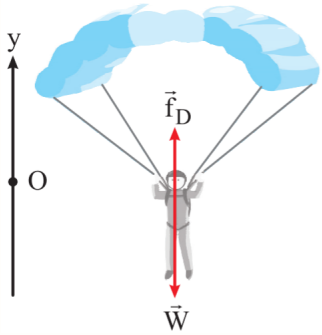
نیروهای وارد بر چترباز را رسم کرده و به کمک قانون دوم نیوتون، نیروی مقاومت هوا را به دست آورید.

نیروی مقاومت شاره: وقتی جسمی درون یک شاره قرار دارد و نسبت به آن حرکت می‌کند، از طرف شاره، نیرویی در خلاف حرکت جسم به آن وارد می‌شود که آن را با $\vec{f}_D$ نشان می‌دهند و نیروی مقاومت شاره می‌نامند. مثلاً برای جسمی به جرم m و به وزن mg که در هوا سقوط می‌کند، با توجه به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:



$$F_{net} = ma \Rightarrow f_D - mg = ma$$

با توجه به شکل، نیروی وزن به طرف پایین و مقاومت هوا به طرف بالا است. اگر جهت محور مختصات را رو به بالا انتخاب کنیم، برای محاسبهٔ f_D وارد بر چترباز در این حالت، می‌توانیم بنویسیم:

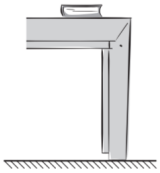


$$F_{net} = ma \Rightarrow f_D - mg = ma \Rightarrow f_D = m(g+a)$$

$$\xrightarrow[a=۸\,m/s^۲]{m=۷۰\,kg\ ,\ g=۱۰\,N/kg} f_D = ۷۰(۱۰+۸) = ۷۰\times ۱۸ = ۱۲۶۰\,N$$

پاسخ سؤال ۴

در شکل زیر، میزی روی سطح افقی و کتابی روی میز قرار دارد. کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟

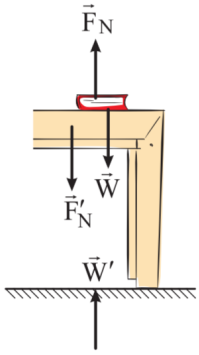


۱) واکنش نیروی وزن وارد بر کتاب، به میز وارد می‌شود.

۲) دو نیروی عمودی سطح و وزن وارد بر کتاب، کنش و واکنش‌اند.

۳) واکنش نیروهای وارد بر میز، فقط به کتاب و سطح افقی وارد می‌شود.

۴) واکنش نیروی عمودی سطح وارد بر کتاب، رو به پایین به میز وارد می‌شود.



درستی یا نادرستی هر یک از عبارت‌های داده‌شده را به ترتیب بررسی می‌کنیم:

گزینهٔ (۱): واکنش نیروی وزن هر جسم که آن را با $\vec{W}'$ نشان می‌دهیم، بر مرکز کرهٔ زمین اثر می‌کند؛ بنابراین واکنش نیروی وزن کتاب بر میز وارد نمی‌شود و عبارت گزینهٔ (۱) نادرست است. توجه داشته باشید در مواردی که کل کرهٔ زمین در شکل نمایش داده نمی‌شود، $\vec{W}'$ را رو به بالا و عمود بر سطح زمین رسم می‌کنیم.

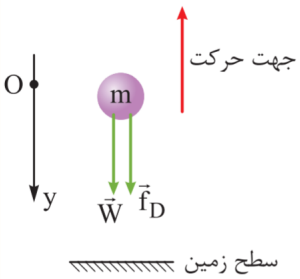
گزینهٔ (۲): نیروهای کنش و واکنش به دو جسم وارد می‌شوند؛ بنابراین دو نیروی عمودی سطح $(\vec{F}_N)$ و وزن کتاب $\vec{W}$ که هر دو بر کتاب وارد شده‌اند، نمی‌توانند کنش و واکنش باشند و عبارت گزینهٔ (۲) نادرست است.

گزینهٔ (۳): یکی از نیروهایی که به میز وارد می‌شود وزن آن است. واکنش نیروی وزن میز، به کتاب و یا سطح زمین وارد نمی‌شود، بلکه به مرکز کرهٔ زمین وارد می‌شود؛ بنابراین عبارت گزینهٔ (۳) نادرست است.

گزینهٔ (۴): واکنش نیروی عمودی سطح وارد بر کتاب $(\vec{F}'_N)$ مطابق شکل، رو به پایین است و به میز وارد می‌شود؛ بنابراین عبارت گزینهٔ (۴) درست است.

پاسخ سؤال ۵

گام اول: بر این گوی‌ها دو نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود. طبق قانون دوم نیوتون، نیروی خالص وارد بر گوی برابر با حاصل‌ضرب جرم در شتاب آن است. نیروی مقاومت هوا را با f_D و وزن را با W نشان می‌دهیم و برای بررسی ساده‌تر حرکت گوی‌ها، جهت مثبت محور y را به طرف پایین انتخاب می‌کنیم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow W + f_D = ma \Rightarrow mg + f_D = ma \Rightarrow a = g + \frac{f_D}{m}$$

گام دوم: با توجه به یکسان‌بودن g و f_D برای هر دو گوی، هر چه m بیشتر باشد، شتاب کاهش می‌یابد:

$$\downarrow a = g + \frac{f_D}{m \uparrow} \qquad m_B > m_A \Rightarrow a_B < a_A$$

زمانی که طول می‌کشد تا هر گوی به نقطهٔ اوج خود برسد و جهت حرکت آن تغییر کند، به صورت زیر است:

$$v = at + v_\circ \xrightarrow[t=t_s]{v=\circ} \circ = at_s + v_\circ \Rightarrow t_s = -\frac{v_\circ}{a} \quad (a > \circ , v_\circ < \circ)$$

سرعت اولیهٔ هر دو گوی یکسان است؛ پس گوی A که شتاب بیشتری دارد، زمان کم‌تری طول می‌کشد تا جهت حرکت آن تغییر کند:

$$a_A > a_B \Rightarrow t_{s_A} < t_{s_B}$$

گام سوم: بیشینهٔ ارتفاع گوی‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم:

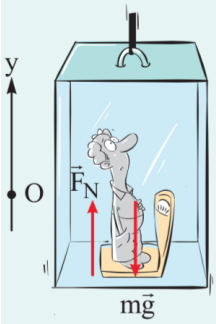
$$v^2 - v_\circ^2 = 2a\Delta y \xrightarrow{v=\circ} \Delta y = -\frac{v_\circ^2}{2a} \quad (a > \circ \Rightarrow \Delta y < \circ)$$

گوی B شتاب کم‌تری دارد؛ پس تا ارتفاع بیشتری بالا می‌رود:

$$a_B < a_A \Rightarrow |\Delta y_B| > |\Delta y_A|$$

پاسخ سؤال ۶

اگر شخصی به وزن mg درون آسانسوری ایستاده باشد و آسانسور با شتاب ثابت a در راستای قائم حرکت نماید، نیروی F_N از کف آسانسور بر پای شخص وارد می‌شود.



$F_{net} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma$

$\Rightarrow F_N = m(g+a)$

m = جرم (kg)

g = شتاب گرانش در سطح زمین (N/kg)

علامت a با توجه به جهت و نوع حرکت تعیین می‌شود.

گام اول: مقداری که ترازو نشان می‌دهد، (به اندازهٔ) نیروی F_N است که رو به بالا بر پای شخص وارد می‌شود.

رابطهٔ این نیرو را در دو حالت می‌نویسیم:

الف) وقتی آسانسور رو به بالا شروع به حرکت می‌کند، یعنی حرکت آن تندشونده است:

وقتی حرکت آسانسور رو به بالا است، سرعت آن مثبت است.

$$av > 0 \xrightarrow{v>0} a > 0$$

$$F_N = m(g+a) \xrightarrow{m=60kg\ ,\ g=10m/s^2} F_N = 60(10+a)$$

ب) وقتی آسانسور کندشونده رو به بالا می‌رود:

$$a'v < 0 \xrightarrow{v>0} a' < 0$$

$$F'_N = m(g+a') \xrightarrow[a'=-\frac{a}{2}]{m=60kg\ ,\ g=10m/s^2} F_N = 60(10-\frac{a}{2})$$

گام دوم: با توجه به این‌که $F_N > F'_N$ است، می‌توان نوشت: $F_N - F'_N = 0/25F_N \Rightarrow F'_N = 0/75F_N \Rightarrow F'_N = \frac{3}{4}F_N$

$$\Rightarrow 60(10-\frac{a}{2}) = \frac{3}{4}\times 60(10+a) \Rightarrow 10-\frac{a}{2} = \frac{3}{4}(10+a)$$

$$\Rightarrow 10-\frac{a}{2} = 7/5+\frac{3}{4}a \Rightarrow 2/5 = \frac{5}{4}a \Rightarrow a = 2m/s^2$$

پاسخ سؤال ۷

ابتدا شتاب حرکت را به کمک رابطهٔ مستقل از زمان به دست آورید، سپس این شتاب را در رابطهٔ قانون دوم نیوتون به کار ببرید تا ضریب اصطکاک جنبشی سطح با جسم به دست آید.

نیروی اصطکاک جنبشی، نیروی اصطکاکی است که هنگام لغزش جسم، موازی با سطح و در خلاف جهت لغزش بر جسم اثر می‌کند.

$f_k = \mu_k F_N$

$f_k =$ اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی (N)

$\mu_k =$ ضریب اصطکاک جنبشی

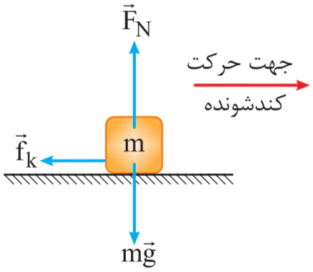
$F_N =$ اندازهٔ نیروی عمودی سطح (N)

گام اول: با استفاده از رابطهٔ مستقل از زمان، شتاب حرکت مکعب چوبی را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_\circ^2 = 2a\Delta x \xrightarrow[\Delta x = 40\,m]{v=0\,,\ v_\circ = 20\,m/s} 0 - 20^2 = 2a \times 40$$

$$\Rightarrow -400 = 80\,a \Rightarrow a = -5\ m/s^2$$

گام دوم: قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم و به کمک آن ضریب اصطکاک جنبشی سطح با جسم را حساب می‌کنیم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow 0 - f_k = ma$$

$$\xrightarrow{f_k = \mu_k F_N} -\mu_k F_N = ma \xrightarrow[a=-5\ m/s^2]{F_N = mg} -\mu_k \times mg = m(-5)$$

$$\xrightarrow{g=10\ m/s^2} \mu_k \times 10 = 5 \Rightarrow \mu_k = \frac{5}{10} = 0/5$$

پاسخ سؤال ۸

بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی که جسم برای شروع حرکت با آن روبه‌رو می‌شود، نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت، نامیده می‌شود.

$f_{s,max}$ = اندازهٔ نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت (N)

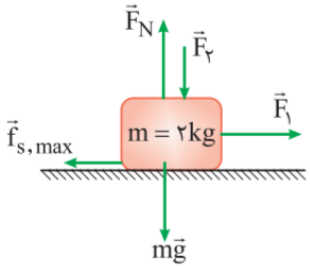
$f_{s,max} = \mu_s F_N$

μ_s = ضریب اصطکاک ایستایی

F_N = اندازهٔ نیروی عمودی سطح (N)

بزرگی نیروی F_N الزاماً با اندازهٔ نیروی وزن برابر نیست، بلکه بسته به شرایط، F_N می‌تواند از W بزرگ‌تر یا کوچک‌تر نیز باشد.

گام اول: در حالت اول، نیروهای وارد بر جسم را روی شکل نشان می‌دهیم. با توجه به این‌که جسم ساکن است، داریم:

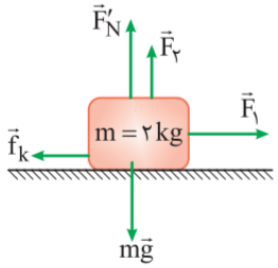


$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_N - F_2 - mg = 0 \Rightarrow F_N = F_2 + mg \xrightarrow[g=10N/kg]{m=2kg} F_N = F_2 + 20$$

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_1 - f_{s,max} = 0 \Rightarrow F_1 = f_{s,max}$$

$$\xrightarrow[F_N = F_2 + 20]{f_{s,max} = \mu_s F_N} F_1 = \mu_s (F_2 + 20) \xrightarrow{\mu_s = 0/5} F_1 = 0/5 (F_2 + 20)$$

گام دوم: در حالت دوم که جهت نیروی $\vec{F}_2$ قرینه شده، نیروهای وارد بر جسم را روی شکل نشان می‌دهیم. در راستای قائم، جسم هم‌چنان حرکتی ندارد، اما در راستای افقی با شتاب $4\ m/s^2$ به حرکت درمی‌آید:



$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F'_N + F_2 - mg = 0 \Rightarrow F'_N = mg - F_2 \Rightarrow F'_N = 20 - F_2$$

$$(F_{net})_x = ma \Rightarrow F_1 - f_k = ma \xrightarrow[m=2kg\ ,\ a=4\ m/s^2]{f_k = \mu_k F'_N} F_1 - \mu_k F'_N = 2 \times 4$$

$$\xrightarrow[F'_N = 20 - F_2]{\mu_k = 0/3} F_1 - 0/3 (20 - F_2) = 8$$

گام سوم: نتایج به‌دست‌آمده در گام‌های اول و دوم را با هم ترکیب می‌کنیم تا اندازهٔ نیروهای F_1 و F_2 معلوم شوند:

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= 0/5 (F_2 + 20) \\ F_1 - 0/3 (20 - F_2) &= 8 \end{aligned}\right\} \Rightarrow 0/5 (F_2 + 20) - 0/3 (20 - F_2) = 8$$

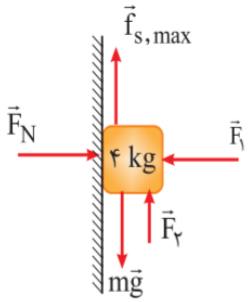
$$\Rightarrow 0/5 F_2 + 10 - 6 + 0/3 F_2 = 8 \Rightarrow 0/8 F_2 = 4 \Rightarrow F_2 = 5N$$

$$F_1 = 0/5 (5 + 20) \Rightarrow F_1 = 12/5 N$$

پاسخ سؤال ۹

در حالت اول، نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت را به دست آورید. سپس بزرگی هر یک از نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ را تعیین کنید. در حالت دوم نیروی خالص وارد بر جسم در راستای قائم رو به بالا است. در این حالت بزرگی نیروی اصطکاک جنبشی را به دست آورید و به کمک قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت را پیدا کنید.

گام اول: نیروهای وارد بر جسم را در حالت اول روی شکل نشان می‌دهیم. از آن‌جا که جسم در آستانهٔ حرکت رو به پایین قرار دارد، نیروی اصطکاک، رو به بالا بر جسم اثر می‌کند. با توجه به ساکن‌بودن جسم، نیروی خالص وارد بر آن در هر دو راستای افقی و قائم، برابر صفر است:

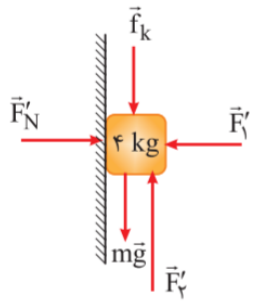


$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_N - F_1 = 0 \xrightarrow{F_1 = 20N} F_N = F_1 = 20N$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow[F_N = 20\,N]{\mu_s = 0/4} f_{s,max} = 0/4 \times 20 = 8N$$

$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_2 + f_{s,max} - mg = 0 \xrightarrow[mg = 4 \times 10 = 40N]{f_{s,max} = 8N} F_2 + 8 - 40 = 0 \Rightarrow F_2 = 32N$$

گام دوم: در حالت دوم نیز نیروهای وارد بر جسم را روی شکل نشان می‌دهیم. در این حالت نیروی خالص وارد بر جسم در راستای قائم، رو به بالا است؛ بنابراین نیروی اصطکاک رو به پایین اثر می‌کند.



$$F'_1 = 2F_1 \xrightarrow{F_1 = 20N} F'_1 = 40N$$

$$F'_2 = 2F_2 \xrightarrow{F_2 = 32N} F'_2 = 64N$$

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F'_N - F'_1 = 0 \Rightarrow F'_N = F'_1 = 40N$$

توجه:

$$f'_{s,max} = \mu_s F'_N = 0/4 \times 40 = 16N$$

بنابراین جسم به حرکت درمی‌آید:

$$F'_2 - mg > f'_{s,max}$$

$$f_k = \mu_k F'_N \xrightarrow[F'_N = 40N]{\mu_k = 0/25} f_k = 0/25 \times 40 = 10N$$

گام سوم: قانون دوم نیوتون را در راستای قائم می‌نویسیم و بزرگی شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم:

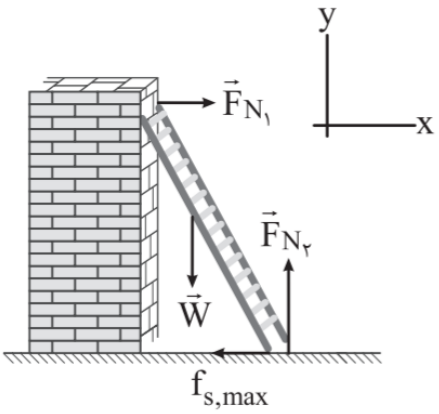
$$(F_{net})_y = ma \Rightarrow F'_2 - f_k - mg = ma$$

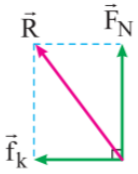
$$\xrightarrow[mg = 4 \times 10 = 40N\,,\ m = 4kg]{F'_2 = 64N\,,\ f_k = 10N} 64 - 10 - 40 = 4a \Rightarrow 14 = 4a \Rightarrow a = \frac{14}{4} = 3/5\ m/s^2$$

پاسخ سؤال ۱۰

گام اول: نخست نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم که عبارت‌اند از: نیروی عمودی سطح دیوار $(\vec{F}_{N_1})$، نیروی وزن $(\vec{W})$، نیروی عمودی سطح زمین $(\vec{F}_{N_2})$ و نیروی اصطکاک ایستایی بین زمین و نردبان $(f_{s,max})$.

یک دستگاه مختصات انتخاب می‌کنیم. در آستانهٔ حرکت، نردبان هم‌چنان در حال تعادل است؛ بنابراین نیروی خالص در راستای قائم و افقی صفر است.





$$(F_{net})_y = 0 \Rightarrow F_{N_2} - W = 0 \Rightarrow F_{N_2} = W$$

$$f_{s,max} = \mu_s F_{N_2} \xrightarrow[F_{N_2}=W]{\mu_s = 0/75 = \frac{3}{4}} f_{s,max} = \frac{3}{4}W$$

$$(F_{net})_x = 0 \Rightarrow F_{N_1} - f_{s,max} = 0 \Rightarrow F_{N_1} = f_{s,max} \Rightarrow F_{N_1} = \frac{3}{4}W$$

گام دوم: از طرف سطح زمین بر نردبان دو نیروی عمودی F_{N_2} و افقی $f_{s,max}$ وارد می شود؛ بنابراین برایند این دو نیرو که آن را با $\vec{R}$ نشان می‌دهیم، نیرویی است که سطح زمین بر نردبان وارد می‌کند:

$$R = \sqrt{F_{N_2}^2 + f_{s,max}^2} \xrightarrow[f_{s,max}=\frac{3}{4}W]{F_{N_2}=W} R = \sqrt{W^2 + \frac{9}{16}W^2} \Rightarrow$$

$$R = W\sqrt{1 + \frac{9}{16}} = W\sqrt{\frac{25}{16}} \Rightarrow R = \frac{5}{4}W$$

در پایان، نسبت $\frac{F_{N_1}}{R}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_{N_1}}{R} = \frac{\frac{3}{4}W}{\frac{5}{4}W} = \frac{3}{5}$$

پاسخ سؤال ۱۱

پاسخ: گزینهٔ ۳

۱) رابطهٔ مستقل از زمان در حرکت با شتاب ثابت:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$$

v_0 : سرعت متحرک در مکان x_0 (m/s)

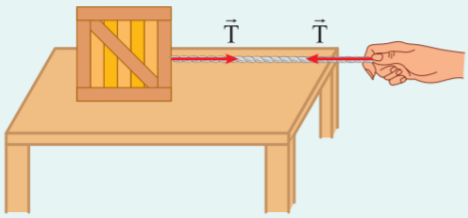
v : سرعت متحرک در مکان x (m/s)

$\Delta x = x - x_0$: جابه‌جایی (m)

a : شتاب (m/s^2)

۲) نیروی کشش طناب:

وقتی طناب متصل به جسمی تحت کشش قرار دارد، طناب جسم را با نیرویی می‌کشد که جهت آن از جسم به سمت بیرون و در راستای طناب است. این نیرو را با $\vec{T}$ نشان می‌دهند و نیروی کشش طناب می‌نامند.



۳) نیروی اصطکاک جنبشی (لغزشی) (f_k):

نیروی اصطکاکی است که هنگام لغزش جسم، موازی با سطح و در خلاف جهت لغزش بر جسم اثر می‌کند.

$$f_k = \mu_k F_N$$

μ_k : ضریب اصطکاک جنبشی

F_N : اندازهٔ نیروی عمودی سطح (N)

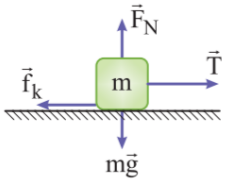
گام اول: به کمک رابطهٔ مستقل از زمان، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow (0/8)^2 - 0 = 2a(0/8) \Rightarrow a = 0/4\ m/s^2$$

گام دوم: نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم را حساب می‌کنیم:

$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow[\mu_k = 0/4]{F_N = mg = 5\times 10 = 50\ N} f_k = 0/4 \times 50 = 20\ N$$

گام سوم: نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم و به کمک قانون دوم نیوتون، اندازهٔ نیروی کشش (T) را پیدا می‌کنیم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow T - f_k = ma \Rightarrow T - 20 = 5\times 0/4 \Rightarrow T = 22\ N$$

بنابراین عبارت «ب» درست و عبارت «الف» نادرست است.

گام چهارم: طبق قانون سوم نیوتون، عبارت «ت» نادرست است، اما عبارت «پ» درست است؛ زیرا وقتی دست شخص طناب را به طرف راست می‌کشد، عکس‌العمل این نیرو، دست شخص را به طرف چپ می‌کشد.

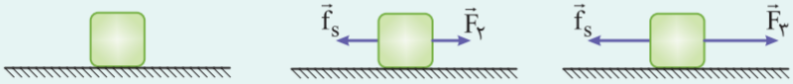
پاسخ سؤال ۱۲ - بخش ۱

پاسخ: گزینهٔ ۴

نیروی اصطکاک ایستایی یا در حال سکون (f_s)

وقتی نیرویی بخواهد جسمی را روی سطحی به حرکت درآورد ولی قادر به تکان‌دادن آن نباشد، معلوم می‌شود نیروی دیگری هم‌اندازهٔ آن و در جهت مخالف، بر جسم اثر می‌کند که مانع حرکت می‌شود. این نیروی مخالف، همان f_s است و مقدارهای متفاوتی بین صفر تا یک مقدار بیشینه دارد.

نیروی f_s را می‌توان با توجه به توازن نیروها و قانون دوم نیوتون تعیین کرد. مثلاً در شکل‌های زیر، برای جسم ساکن داریم:



$f_s = F_1 = 0$ $\quad$ $f_s = F_2$ $\quad$ $f_s = F_3$

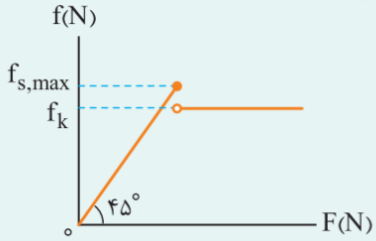
بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی که جسم برای شروع حرکت با آن روبه‌رو می‌شود، نیروی اصطکاک ایستایی در آستانهٔ حرکت ($f_{s,max}$) نامیده می‌شود و در واقع به اندازهٔ کم‌ترین نیروی محرکی است که می‌تواند حرکت جسم را آغاز کند:

$$f_{s,max} = \mu_s F_N$$

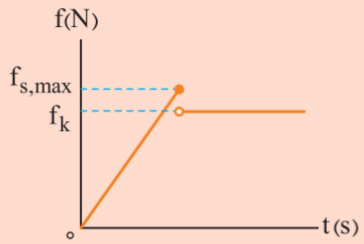
μ_s: ضریب اصطکاک ایستایی

F_N: اندازهٔ نیروی عمودی سطح (N)

نمودار اندازهٔ نیروی اصطکاک وارد بر یک جسم برحسب اندازهٔ نیروی محرک (F) به صورت زیر است:

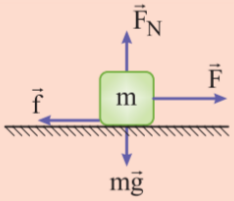


گام اول: در این سؤال، نیروی محرک (F) با زمان (t) متناسب است $(F = 25t)$؛ بنابراین نمودار نیروی اصطکاک برحسب زمان نیز به صورت مقابل است. (ردّ گزینه‌های (۱) و (۲))



پاسخ سؤال ۱۲ - بخش ۲

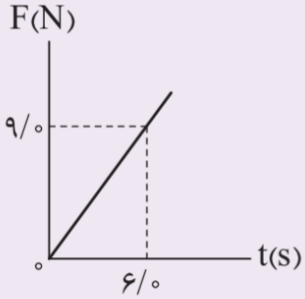
گام دوم: اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) و اندازهٔ نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت ($f_{s,max}$) را به دست می‌آوریم:



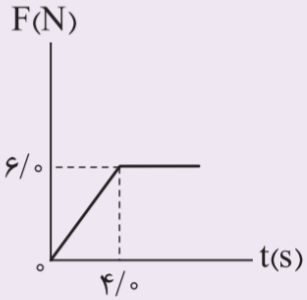
$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow[\mu_k = ۰/۷۵]{F_N = mg = ۵ \times ۱۰ = ۵۰۰\ N} f_k = ۰/۷۵ \times ۵۰۰ = ۳۷۵\ N$$

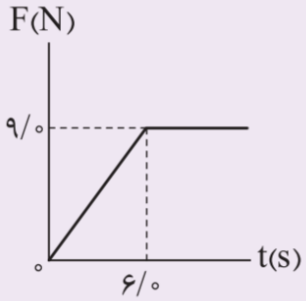
$$f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow[\mu_s = ۰/۸]{F_N = ۵۰۰\ N} f_{s,max} = ۰/۸ \times ۵۰۰ = ۴۰۰\ N \Rightarrow f_{s,max} = F = ۴۰۰\ N$$

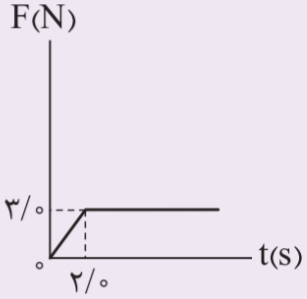
$$F = ۲۵t \Rightarrow ۴۰۰ = ۲۵t \Rightarrow t = ۱۶\ s$$

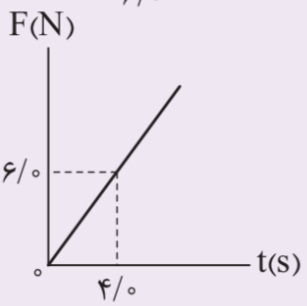


جسمی به جرم ۳ kg بر روی یک سطح افقی قرار دارد. ضریب اصطکاک بین جسم و سطح برابر با ۰/۲ است. یک نیروی افقی متغیر با زمان، مطابق نمودار مقابل، به جسم وارد می‌شود. نمودار نیروی اصطکاک برحسب زمان کدام است؟ (ضریب اصطکاک جنبشی و ضریب اصطکاک ایستایی، یکسان فرض شوند و $g = ۱۰\ m/s^۲$) (سؤال ۵۵ کنکور تجربی ۱۴۰۴ـ نوبت دوم)

۱)


۲)


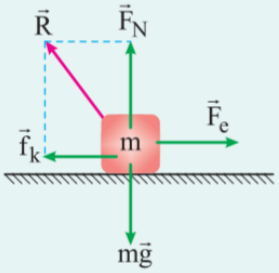
۳)


۴)


پاسخ سؤال ۱۳

با معلوم‌بودن اندازهٔ نیروی سطح و هم‌چنین اندازهٔ نیروی عمودی سطح، بزرگی نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم را به دست آورید. سپس به کمک قانون دوم نیوتون و با توجه به این‌که شتاب حرکت صفر است، اندازهٔ نیروی کشسانی فنر و از آن‌جا تغییر طول فنر را پیدا کنید.

۱) نیروی سطح: از طرف سطح تماس، دو نیروی $\vec{F}_N$ و $\vec{f}$ بر جسم اثر می‌کنند. این دو نیرو بر هم عمود بوده و برایند آن‌ها، نیروی سطح بر جسم نام دارد که آن را با $\vec{R}$ نشان می‌دهیم.



$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

R = اندازهٔ نیروی سطح (N)

F_N = اندازهٔ نیروی عمودی سطح (N)

f = بزرگی نیروی اصطکاک (N)

بسته به شرایط سؤال، نیروی $\vec{f}$ می‌تواند نیروی اصطکاک ایستایی یا جنبشی باشد.

۲) نیروی کشسانی فنر: اگر فنری را نسبت به نقطهٔ تعادل خود به اندازهٔ x بکشیم یا فشرده کنیم، نیروی بازگرداننده‌ای در فنر ایجاد می‌شود که به طرف نقطهٔ تعادل است و نیروی کشسانی فنر نام دارد.

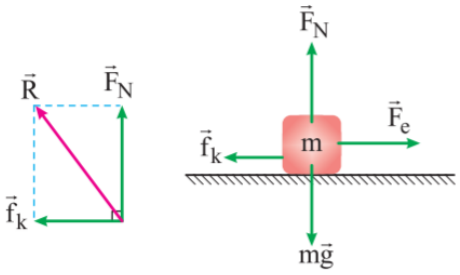
$$F_e = k\Delta L$$

F_e = اندازهٔ نیروی کشسانی فنر (N)

k = ثابت فنر (N/m)

ΔL = تغییر طول فنر (m)

گام اول: نیروهای وارد بر جسم را روی شکل نشان می‌دهیم. سپس اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی (f_k) را به دست می‌آوریم:



$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} \xrightarrow[F_N = mg = 2/4 \times 10 = 24N]{R = 26N} 26 = \sqrt{24^2 + f_k^2}$$

$$\Rightarrow 676 = 576 + f_k^2 \Rightarrow f_k^2 = 100 \Rightarrow f_k = 10N$$

گام دوم: با توجه به این‌که سرعت جسم ثابت است، شتاب آن صفر بوده و قانون دوم نیوتون در راستای افقی برای آن به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$F_{net} = ma \xrightarrow{a=0} F_e - f_k = 0 \xrightarrow{f_k = 10N} F_e = 10N$$

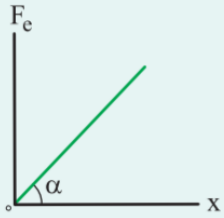
گام سوم: به کمک رابطهٔ نیروی کشسانی فنر، تغییر طول فنر نسبت به حالت تعادل آن را حساب می‌کنیم:

$$F_e = k\Delta L \xrightarrow[k=500\,N/m]{F_e = 10N} 10 = 500\Delta L \Rightarrow \Delta L = \frac{1}{50}m = 2cm$$

پاسخ سؤال ۱۴

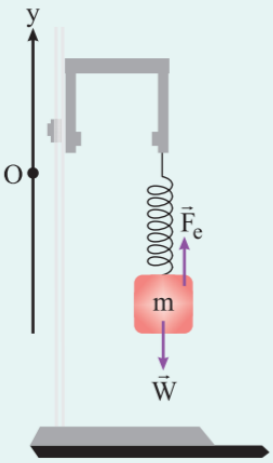
ابتدا نسبت ثابت فنر A (k_A) به ثابت فنر B (k_B) را به دست آورید. سپس نسبت نیروی وزن دو جسم آویخته به فنرها را با نسبت نیروی کشسانی فنرها برابر قرار دهید تا نسبت تغییر طول فنرها را پیدا کنید.

۱) نمودار نیروی کشسانی یک فنر (F_e) برحسب تغییر طول آن (x) به صورت یک خط شیبدار است که شیب این خط برابر با ثابت فنر است. $\tan\alpha = k$



۲) هرگاه وزنهٔ آویخته به فنر قائم، باعث افزایش طول آن شود، در حال تعادل $F_e = mg$ خواهد بود:

$$F_{net} = 0 \Rightarrow F_e - W = 0 \Rightarrow F_e = W = mg$$



F_e = اندازهٔ نیروی کشسانی فنر (N)

m = جرم جسم (kg)

g = شتاب گرانش در سطح زمین (N/kg)

گام اول: با استفاده از نمودار داده‌شده، نسبت ثابت فنرها را به دست می‌آوریم:

$$(F_e)_A = (F_e)_B \Rightarrow k_A x_A = k_B x_B \Rightarrow \frac{k_A}{k_B} = \frac{x_B}{x_A} \xrightarrow[x_A = x]{x_B = 3x} \frac{k_A}{k_B} = \frac{3x}{x} = 3$$

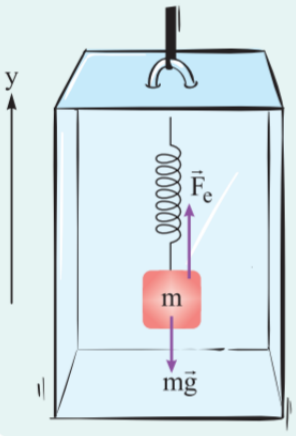
گام دوم: نسبت نیروی وزن دو جسم را با نسبت نیروی کشسانی فنرها برابر قرار می‌دهیم:

$$\frac{W_A}{W_B} = \frac{k_A \Delta L_A}{k_B \Delta L_B} \Rightarrow \frac{m_A g}{m_B g} = \frac{k_A}{k_B} \times \frac{\Delta L_A}{\Delta L_B} \xrightarrow[m_B = 2m]{m_A = m\ ,\ \frac{k_A}{k_B} = 3} \frac{m}{2m} = 3 \times \frac{\Delta L_A}{\Delta L_B} \Rightarrow \frac{\Delta L_A}{\Delta L_B} = \frac{1}{6}$$

پاسخ سؤال ۱۵

برای وزنهٔ آویخته به فنر قائم، درون آسانسوری که با شتاب ثابت a در راستای قائم حرکت می‌کند، داریم:

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma \Rightarrow F_e = m(g+a) \xrightarrow{F_e = k\Delta L} k\Delta L = m(g+a)$$



k = ثابت فنر (N/m)

$\Delta L = L - L_0$ = تغییر طول فنر (m)

L_0 = طول آزاد فنر (m)

L = طول فنر همراه وزنهٔ آویخته به آن (m)

g = شتاب گرانش در سطح زمین (N/kg)

a = شتاب حرکت (m/s^2)

اگر شتاب آسانسور رو به بالا باشد، $a > 0$ و اگر رو به پایین باشد، $a < 0$ است.

گام اول: رابطهٔ بین نیروی کشسانی فنر را در دو حالت گفته‌شده می‌نویسیم:

در حالت اول که شتاب رو به پایین است، $a_1 = -2\ m/s^2$ و در حالت دوم که شتاب رو به بالا است، $a_2 = 1\ m/s^2$ به کار می‌روند.

$$k\Delta L_1 = m(g+a_1) \xrightarrow[k=100\ N/m\ ,\ m=2kg\ ,\ a_1=-2\ m/s^2]{\Delta L_1 = L_1 - L_0\ ,\ g=10\ N/kg} 100(L_1 - L_0) = 2(10-2) \Rightarrow 100(L_1 - L_0) = 16$$

$$k\Delta L_2 = m(g+a_2) \xrightarrow[k=100\ N/m\ ,\ m=2kg\ ,\ a_2=1\ m/s^2]{\Delta L_2 = L_2 - L_0\ ,\ g=10\ N/kg} 100(L_2 - L_0) = 2(10+1) \Rightarrow 100(L_2 - L_0) = 22$$

گام دوم: نتایج به‌دست‌آمده در گام اول را از هم تفریق می‌کنیم تا $L_2 - L_1$ به دست آید:

$$\left.\begin{matrix} 100(L_2 - L_0) = 22 \\ 100(L_1 - L_0) = 16 \end{matrix}\right\} \Rightarrow 100L_2 - 100L_0 - (100L_1 - 100L_0) = 22 - 16$$

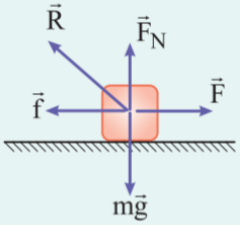
$$\Rightarrow 100(L_2 - L_1) = 6 \Rightarrow L_2 - L_1 = \frac{6}{100}m = 6cm$$

پاسخ سؤال ۱۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

نیروی سطح

از طرف سطح تماس، دو نیروی $\vec{F}_N$ (نیروی عمودی سطح) و $\vec{f}$ (نیروی اصطکاک) بر جسم اثر می‌کنند. این دو نیرو بر هم عمود بوده و برایند آن‌ها، نیروی سطح بر جسم نام دارد که آن را با $\vec{R}$ نشان می‌دهیم:

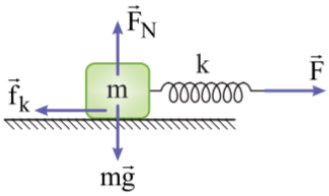


$$R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$$

گام اول: با معلوم‌بودن اندازهٔ نیروی سطح (R)، نیروی اصطکاک جنبشی را حساب می‌کنیم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} \xrightarrow[R=50\ N]{F_N=mg=4\times10=40\ N} 50 = \sqrt{40^2 + f_k^2} \Rightarrow f_k = 30\ N$$

گام دوم: چون جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، شتاب آن صفر بوده و به کمک قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:



$$F_{net} = ma \xrightarrow{a=0} F_{net} = 0 \Rightarrow F - f_k = 0 \xrightarrow{F=kx} kx = f_k$$

$$\xrightarrow[f_k=30\ N]{k=500\ N/m} 500x = 30 \Rightarrow x = 0/06m = 6\ cm$$

پاسخ سؤال ۱۷

پاسخ: گزینهٔ ۴

نیروی کشسانی فنر

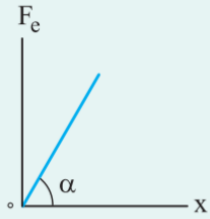
اگر فنری را نسبت به نقطهٔ تعادل خود به اندازهٔ x بکشیم یا فشرده کنیم، نیروی بازگرداننده‌ای در فنر ایجاد می‌شود که به طرف نقطهٔ تعادل است و نیروی کشسانی فنر نام دارد.

قانون هوک: نیروی کشسانی فنر با ثابت فنر و تغییر طول فنر، متناسب است. $F_e = kx$

F_e : اندازهٔ نیروی کشسانی فنر (N)

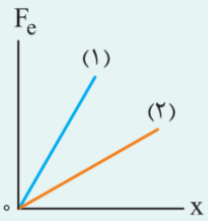
k : ثابت فنر (N/m)

$x = \Delta L$: تغییر طول فنر (m)



$k =$ شیب خط

هر چه ثابت فنر بیشتر باشد، شیب نمودار $F_e - x$ بیشتر و فنر، سخت‌تر است. مثلاً در نمودار زیر، $k_1 > k_2$ است.



گام اول: با توجه به رابطهٔ قانون هوک داریم:

$$F_e = kx \Rightarrow k = \frac{F_e}{x}$$

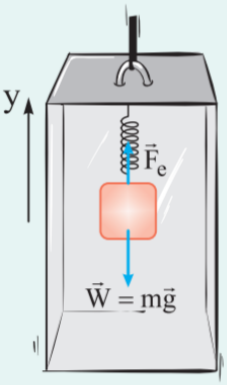
گام دوم: بر این اساس، نسبت ثابت فنر A به ثابت فنر B را به دست می‌آوریم:

$$\frac{k_A}{k_B} = \frac{F_{e,A}}{F_{e,B}} \times \frac{x_B}{x_A} = \frac{۴}{۲} \times \frac{۵}{۳} = \frac{۱۰}{۳}$$

پاسخ سؤال ۱۸

پاسخ: گزینهٔ ۲

اگر وزنهٔ آویخته به فنر قائم، باعث افزایش طول آن شود، در حال تعادل $F_e = mg$ خواهد بود.

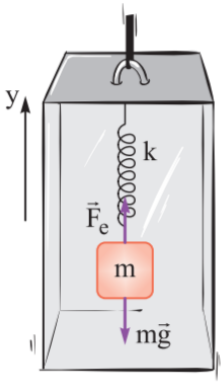


برای وزنهٔ آویخته به فنر قائم درون آسانسور می‌توان نوشت:

$$F_e = m(g+a)$$

- اگر شتاب آسانسور رو به بالا باشد $a > ۰$ است.
- اگر شتاب آسانسور رو به پایین باشد $a < ۰$ است.

اگر ثابت فنر را با k و تغییر طول فنر را با x نشان دهیم، داریم:



$$\begin{cases} F_e = m(g+a) \\ F_e = kx \end{cases} \Rightarrow kx = m(g+a)$$

$$\xrightarrow[x=۳۵-۳۰=۵\ cm=\frac{۵}{۱۰۰}m]{k=۶۰۰\ N/m\ ,\ m=۴kg\ ,\ g=۱۰\ N/kg} ۶۰۰\times\frac{۵}{۱۰۰} = ۴(۱۰+a)$$

$$\Rightarrow ۳۰ = ۴۰+۴a \Rightarrow a = -\frac{۱۰}{۴} = -۲/۵\ m/s^۲$$

از آن‌جا که شتاب به‌دست‌آمده علامت منفی دارد، جهت این شتاب رو به پایین است.

پاسخ سؤال ۱۹

پاسخ: گزینهٔ ۴

از رابطهٔ $F = G\frac{M_e m}{(R_e+h)^2}$، نیروی گرانشی بین ماهواره و زمین را به دست آورید.

قانون گرانش عمومی نیوتون: نیروی گرانشی میان دو ذره با حاصل‌ضرب جرم دو ذره نسبت مستقیم و با مربع فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر نسبت وارون دارد.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

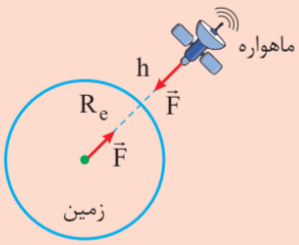
m_1 و m_2 = جرم‌های دو ذره (kg)

F = اندازهٔ نیروی گرانشی بین دو ذره (N)

$G = 6/67\times10^{-11}\ (\frac{N.m^2}{kg^2})$ = ثابت گرانش عمومی

r = فاصلهٔ میان دو ذره (m)

گام اول: برای درک بهتر مسئله و پارامترهای آن، شکل مقابل را رسم می‌کنیم:



گام دوم: اکنون از قانون عمومی گرانش داریم:

$$F = G\frac{M_e m}{(R_e+h)^2} \xrightarrow{R_e+h=(6400+1600)\times10^3\,m} F = \frac{20}{3}\times10^{-11}\frac{6\times10^{24}\times400}{(6400+1600)^2\times10^6} = 2500\ N$$

جرم ماهواره‌ای ۲۰۰ kg و فاصلهٔ آن از سطح زمین ۲۶۰۰ km است. نیروی گرانشی بین ماهواره و زمین چند نیوتون است؟

$(R_e = 6400\ km\ ،M_e = 5/98\times10^{24}\ kg\ ،G = 6/67\times10^{-11}\ \frac{N.m^2}{kg^2})$ (سؤال ۵۶ کنکور تجربی ۱۴۰۴ ـ نوبت اول)

۱) ۹۴۵ ۲) ۹۸۵ ۳) ۱۰۲۵ ۴) ۱۰۴۵

پاسخ سؤال ۲۰

پاسخ تشریحی

پاسخ: گزینهٔ ۳

از رابطهٔ $\frac{g_h}{g_\circ}=\frac{۱}{۴}=(\frac{R_e}{R_e+h})^۲$، فاصلهٔ R_e+h را به دست آورید.

با مقایسهٔ دو رابطهٔ $W=mg$ و $F=G\frac{M_e.m}{R_e^۲}$، شتاب گرانشی در سطح زمین $(g_\circ=\frac{GM_e}{R_e^۲})$ به دست می‌آید.

- هم‌چنین شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح زمین برابر است با:

$$g_h=\frac{GM_e}{(R_e+h)^۲}$$

- رابطهٔ مقایسه‌ای شتاب گرانشی:

$$\frac{g_h}{g_\circ}=(\frac{R_e}{R_e+h})^۲$$

از رابطهٔ مقایسه‌ای شتاب گرانشی استفاده می‌کنیم:

$$\frac{g_h}{g_\circ}=(\frac{R_e}{R_e+h})^۲ \xrightarrow{g_h=\frac{۱}{۴}g_\circ} \frac{۱}{۴}=(\frac{R_e}{R_e+h})^۲ \xrightarrow{\sqrt{\ }} \frac{۱}{۲}=\frac{R_e}{R_e+h} \Rightarrow h+R_e=۲R_e$$

توجه کنید که خواستهٔ مسئله، فاصلهٔ جسم از مرکز زمین (یعنی R_e+h) است نه فاصلهٔ جسم از سطح زمین (h)؛ پس *اگر فاصله از مرکز زمین رو h بگیری، به گزینهٔ غلط (۲) می‌رسی!*

فاصلهٔ یک جسم از مرکز زمین چند برابر شعاع زمین (R_e) باشد تا شتاب گرانشی در محل جسم به $\frac{۱}{۴}$ مقدار خود در سطح زمین برسد؟

(سؤال ٦ ـ امتحان نهایی خرداد تجربی ١٤٠٤)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ سؤال ۲۱

پاسخ تشریحی

پاسخ: گزینهٔ ۴

داده‌های سؤال را در رابطهٔ گرانش خورشید $g = G\frac{M}{r^2}$ قرار دهید.

برای هر ستاره، سیاره یا جسم کروی به جرم M و در فاصلهٔ r از مرکز آن می‌توان شتاب گرانش را به دست آورد:

$$g = G\frac{M}{r^2}$$

شتاب گرانشی ناشی از خورشید در سطح زمین به فاصلهٔ r از مرکز خورشید برابر است با:

$$g = G\frac{M_{\text{خورشید}}}{r^2} = ۶/۶۶\times۱۰^{-۱۱}\times\frac{۲\times۱۰^{۳۰}}{(۱/۵\times۱۰^{۱۱})^2} = ۵/۹۲\times۱۰^{-۳}\ m/s^2$$

الف) شتاب گرانشی ناشی از خورشید در سطح زمین چه‌قدر است؟

ب) شتاب گرانشی ناشی از ماه در سطح زمین چه‌قدر است؟

(فیزیک (۳) ـ تمرین ۲۱ صفحهٔ ۵۲ کتاب درسی)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

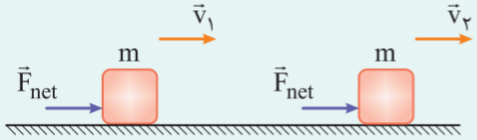
پاسخ سؤال ۲۲

پاسخ: گزینهٔ ۱

ابتدا تندی‌ها را با تقسیم بر ۳/۶ به m/s تبدیل کنید و سپس نیروی متوسط را از رابطهٔ $\vec{F}_{av}=\frac{m\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ به دست آورید و بر وزن خودرو $(W=mg)$ تقسیم کنید.

اگر سرعت جسمی به جرم m تحت تأثیر نیروی خالص $\vec{F}_{net}$ در بازهٔ زمانی Δt از v_1 به v_2 برسد:

$$\vec{F}_{net}=m\vec{a}=m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$



با فرض ثابت‌بودن جرم جسم (m)، می‌توانیم جرم را در کنار سرعت $(\vec{v})$ قرار دهیم:

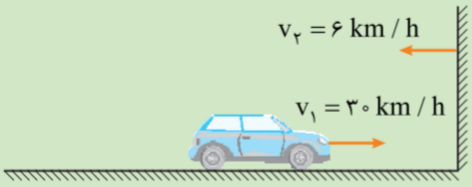
$$\vec{F}_{av}=\frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t}$$

حاصل‌ضرب جرم (m) در سرعت آن $(\vec{v})$ را تکانهٔ جسم $(\vec{p})$ می‌نامیم.

$$\vec{p}=m\vec{v}\ ,\ \vec{F}_{av}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

($\vec{p}$: تغییر تکانه $(\frac{kg.m}{s})$، $\vec{F}_{av}$: نیروی متوسط (N)، Δt: بازهٔ زمانی (s))

گام اول: نیروی متوسط را از تقسیم تغییرات تکانه بر زمان به دست می‌آوریم:



$$F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{m\Delta v}{\Delta t}\xrightarrow[v_2=-\frac{6}{3/6}=-\frac{10}{6}\ m/s]{v_1=\frac{30}{3/6}=\frac{50}{6}\ m/s}F_{av}=\frac{m(-\frac{10}{6}-\frac{50}{6})}{0/15}\Rightarrow|F_{av}|=\frac{1000\,m}{15}$$

گام دوم: نسبت $\frac{F_{av}}{W}$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{F_{av}}{W}=\frac{\frac{1000\,m}{15}}{mg}=\frac{1000\,m}{150\,m}=\frac{100}{15}=\frac{20}{3}$$

پاسخ سؤال ۲۳

پاسخ: گزینهٔ ۳

با توجه به این‌که $v_۲ = \frac{۵}{۴}v_۱$ و $K_۲ = K_۱$، نسبت $\frac{m_۲}{m_۱}$ را به دست آورید، سپس $p_۱$ و $p_۲$ را پیدا کنید و در نهایت به کمک رابطهٔ $\frac{p_۲ - p_۱}{p_۱} \times ۱۰۰$ درصد تغییرات تکانه را محاسبه کنید.

رابطهٔ تکانه و انرژی جنبشی به صورت زیر است:

$$\begin{cases} K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \\ p = mv \end{cases} \Rightarrow K = \frac{p^۲}{۲m}$$

K = انرژی جنبشی (J)

p = تکانه $(\frac{Kg.m}{s})$

گام اول: با توجه به داده‌های مسئله و برابری $K_۱ = K_۲$، رابطهٔ بین جرم‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} v_۲ = \frac{۵}{۴}v_۱ \\ K_۲ = K_۱ \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{۲}m_۲v_۲^۲ = \frac{۱}{۲}m_۱v_۱^۲ \Rightarrow m_۲(\frac{۵}{۴}v_۱)^۲ = m_۱v_۱^۲ \Rightarrow m_۱ = \frac{۲۵}{۱۶}m_۲$$

گام دوم: رابطهٔ $p_۱$ و $p_۲$ و درصد تغییرات را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} p_۱ = m_۱v_۱ = \frac{۲۵}{۱۶}m_۲v_۱ \\ p_۲ = m_۲v_۲ = \frac{۵}{۴}m_۲v_۱ \end{cases}$$

$$\text{درصد تغییرات تکانه} = \frac{p_۲ - p_۱}{p_۱} \times ۱۰۰ = \frac{\frac{۵}{۴}m_۲v_۱ - \frac{۲۵}{۱۶}m_۲v_۱}{\frac{۲۵}{۱۶}m_۲v_۱} \times ۱۰۰ =$$

$$\frac{-\frac{۵}{۱۶}m_۲v_۱}{\frac{۲۵}{۱۶}m_۲v_۱} \times ۱۰۰ = -\frac{۵}{۲۵} \times ۱۰۰ = -٪۲۰ \Rightarrow \text{۲۰ درصد کاهش}$$

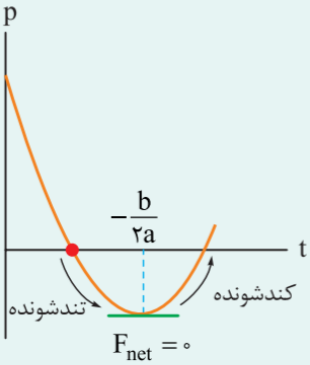
علامت منفی نشان‌دهندهٔ کاهش تکانه است.

پاسخ سؤال ۲۴

پاسخ: گزینهٔ ۲

ابتدا نمودار $p=-t^{۲}+۶t-۸$ را رسم کنید و قسمت کندشونده را مشخص کنید و در نهایت از رابطهٔ $F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}$ خواستهٔ سؤال را به دست آورید.

نکات نمودار $p-t$:



۱) اگر شیب خط مماس بر نمودار، مثبت باشد، $F_{net}>۰$ است.

۲) اگر شیب خط مماس بر نمودار، منفی باشد، $F_{net}<۰$ است.

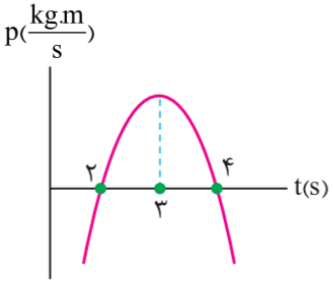
۳) در زیر محور t، سرعت و تکانه منفی هستند، اما در بالای محور t، سرعت و تکانه مثبت هستند.

۴) اگر نمودار به محور t نزدیک شود، حرکت کندشونده و اگر از محور t دور شود، حرکت تندشونده است.

۵) در لحظهٔ $t=-\frac{b}{۲a}$، نوع حرکت متحرک (کندشونده یا تندشونده) تغییر می‌کند.

$p=at^{۲}+bt+c$

گام اول: نمودار تکانه ـ زمان را به طور کیفی رسم می‌کنیم:



$p=-t^{۲}+۶t-۸$

$t=-\frac{b}{۲a}=-\frac{۶}{۲(-۱)}=۳\ s$

از ۳s تا ۴s حرکت کندشونده و در جهت محور x است.

گام دوم:

$t_۱=۳\ s \Rightarrow p_۱=-۳^{۲}+۶\times۳-۸=۱\ \frac{kg.m}{s}$

$t_۲=۴\ s \Rightarrow p_۲=-۴^{۲}+۶\times۴-۸=۰$

$F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{p_۲-p_۱}{۴-۳}=\frac{۰-۱}{۱}=-۱N \Rightarrow \vec{F}_{av}=(-\vec{i})\ N$

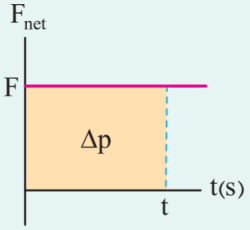
دقت کنید که در بازهٔ زمانی صفر تا ۲ s نیز حرکت کندشونده است، اما حرکت آن در خلاف جهت محور x است.

پاسخ سؤال ۲۵

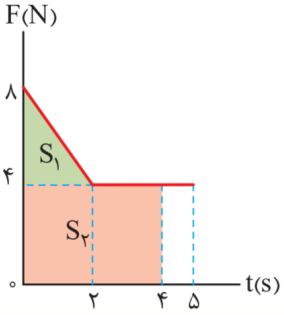
پاسخ: گزینهٔ ۲

ابتدا سطح زیر نمودار تا لحظهٔ $t = ۴\ s$ را به دست آورید $(\Delta p_{(۰\to ۴)})$ و سپس با داشتن $p_{۴\ s} = ۰$، تکانهٔ جسم در مبدأ زمان را حساب کنید.

سطح زیر نمودار نیروی خالص ـ زمان، برابر تغییرات تکانه است.



سطح زیر نمودار تا لحظهٔ $t = ۴\ s$ را به دست می‌آوریم، چون در لحظهٔ $t = ۴\ s$ جهت حرکت تغییر کرده است، یعنی سرعت در این لحظه، صفر بوده و تکانه نیز برابر صفر است.



$$\Delta p = S_۱ + S_۲ = \frac{۱}{۲}(۲)(۴) + ۴(۴) = ۲۰\ \frac{kg.m}{s}$$

$$p_{۴\ s} - p_{۰} = ۲۰ \xrightarrow{p_{۴\ s}=۰} p_{۰} = -۲۰\ \frac{kg.m}{s} \Rightarrow \vec{p}_{۰} = (-۲۰\ \frac{kg.m}{s})\vec{i}$$

پاسخ سؤال ۲۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

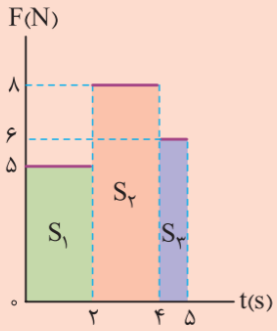
مساحت سطح زیر نمودار $F-t$ را محاسبه کنید که برابر $p_{(۵)}-p_{(۰)}$ است، سپس با داشتن $p_{(۵)}$ به راحتی تکانهٔ سیستم در مبدأ به دست می‌آید.

- مساحت سطح زیر نمودار نیرو ـ زمان برابر با تغییر تکانه است.



- هم‌چنین می‌توان این نیرو را برابر با نیروی متوسط F_{av} در نظر گرفت.

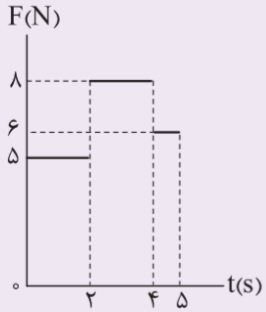
الف) سطح زیر نمودار همان تغییرات تکانه است:



$$p_۵-p_۰=S_۱+S_۲+S_۳ \Rightarrow ۳۰-p_۰=۱۰+۱۶+۶=۳۲ \Rightarrow p_۰=-۲\frac{kg.m}{s} \Rightarrow \vec{p}_۰=-۲(\frac{kg.m}{s})\vec{i}$$

شکل زیر، نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی به جرم ۴ kg را نشان می‌دهد. اگر جسم تحت اثر این نیرو از حال سکون شروع به حرکت کند، شتاب متوسط جسم در این ۵ ثانیه، چند متر بر مربع ثانیه است؟

(سؤال ۵۰ کنکور ریاضی ۱۴۰۴ ـ نوبت دوم)

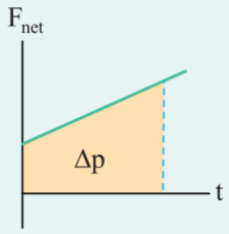


۱) ۱/۳
۲) ۱/۴۷
۳) ۱/۵۲
۴) ۱/۶

پاسخ سؤال ۲۷

سطح زیر نمودار نیرو ـ زمان در بازهٔ زمانی ۲s تا ۱۴s را که همان $\Delta p_{۲-۱۴}$ است، به دست آورید و سپس با تقسیم بر $m\Delta t$ شتاب متوسط را محاسبه کنید.

رابطهٔ شتاب متوسط و نمودار نیرو ـ زمان:

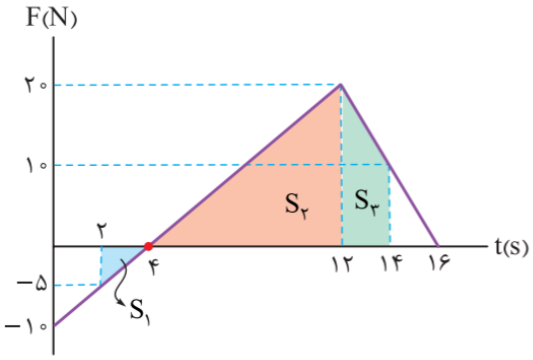


سطح زیر نمودار نیروی خالص، همان تغییرات تکانه است.

$$S_{F_{net}-t} = \Delta p$$

$$F_{av} = ma_{av} \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta p}{m\Delta t} = \frac{S}{m\Delta t}$$

گام اول: ابتدا سطح زیر نمودار در بازهٔ زمانی ۲s تا ۱۴s را به دست می‌آوریم:



با توجه به نمودار می‌توان نوشت:

$$t = ۲s \Rightarrow p_{t=۲} = \frac{۰+(-۱۰)}{۲} = -۵\ \frac{kg.m}{s}$$

$$t = ۱۴s \Rightarrow p_{t=۱۴} = \frac{۲۰+۰}{۲} = ۱۰\ \frac{kg.m}{s}$$

$$\begin{cases} S_۱ = \frac{۱}{۲}(۲)(۵) = ۵ \\ S_۲ = \frac{۱}{۲}(۸)(۲۰) = ۸۰ \\ S_۳ = \frac{۱۰+۲۰}{۲}(۲) = ۳۰ \end{cases}$$

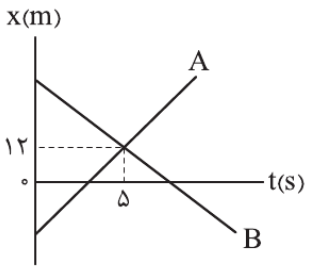
گام دوم: اندازهٔ شتاب متوسط را به دست می‌آوریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta p}{m\Delta t} = \frac{S_۲ + S_۳ - S_۱}{m\Delta t} = \frac{۸۰+۳۰-۵}{۰/۷(۱۲)} = \frac{۱۰۵}{۰/۷(۱۲)} = ۱۲/۵\ m/s^۲$$

۴۶- متحرکی که با سرعت ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، در لحظه‌های $t_1 = 3\ s$ و $t_2 = 7\ s$ به ترتیب از مکان‌های $x_1 = 2\ m$ و $x_2 = 18\ m$ عبور می‌کند. در ۱۰ ثانیهٔ اول، چند ثانیه بردار مکان متحرک در جهت محور x است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۱۰

۴۷- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t_1 = 3\ s$ چند برابر فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t_2 = 9\ s$ است؟

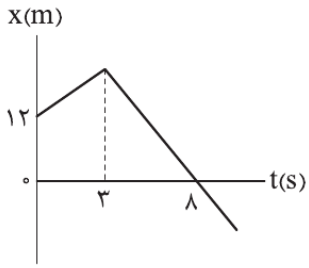


۱) ۳
۲) ۲
۳) $\frac{1}{3}$
۴) $\frac{1}{2}$

۴۸- متحرک A با سرعت ثابت در جهت محور x و متحرک B با سرعت ثابت در خلاف جهت محور x حرکت می‌کنند. تندی متحرک A، ۲ برابر تندی متحرک B است. اگر جهت بردار مکان دو متحرک A و B به ترتیب در لحظه‌های $t_1 = 8\ s$ و $t_2 = 20\ s$ تغییر کند، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه دو متحرک به هم می‌رسند؟

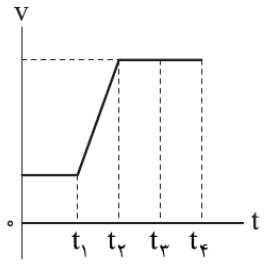
۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

۴۹- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر در بازه‌ای که بردار مکان متحرک در جهت محور x است، تندی متوسط متحرک برابر $3\ m/s$ باشد، شتاب متوسط متحرک در این بازه، چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) $0/2\vec{i}$
۲) $-0/2\vec{i}$
۳) $0/7\vec{i}$
۴) $-0/7\vec{i}$

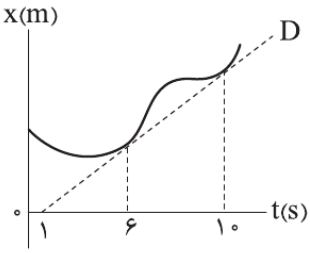
۵۰- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در کدام بازهٔ زمانی بیشتر است؟



۱) صفر تا t_2
۲) صفر تا t_4
۳) t_1 تا t_2
۴) t_1 تا t_3

محل انجام محاسبات

۵۱- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر فاصلهٔ متحرک از مبدأ در لحظهٔ $t_۲ = ۱۰\ s$ برابر $۳۶\ m$ باشد، در لحظهٔ $t_۱ = ۶\ s$، تندی متحرک و فاصلهٔ متحرک از مبدأ، به ترتیب از راست به چپ، در SI کدام است؟ (خط D در لحظه‌های $t_۱ = ۶\ s$ و $t_۲ = ۱۰\ s$ بر نمودار مماس است.)



۱) ۲۰ ،۴
۲) ۲۰ ،۳/۶
۳) ۲۴ ،۴
۴) ۲۴ ،۳/۶

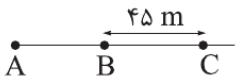
۵۲- معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = -۳t + ۱۲$ است. اگر بردار مکان متحرک در مبدأ زمان برابر $(۱۵\ m)\vec{i}$ باشد، در کدام لحظه برحسب ثانیه متحرک برای دومین بار از مکان $x = ۳۳\ m$ می‌گذرد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۶

۵۳- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $x = t^۲ - ۱۰t + ۵$ است. در ۴ ثانیهٔ دوم، تندی متوسط متحرک چند برابر اندازهٔ سرعت متوسط آن است؟

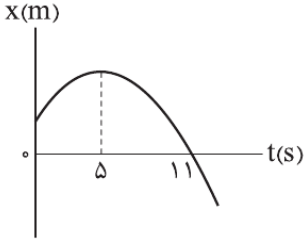
۱) ۱ ۲) $\frac{۵}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

۵۴- در شکل زیر، متحرکی از نقطهٔ A با شتاب ثابت $۸\ m/s^۲$ از حال سکون شروع به حرکت کرده و فاصلهٔ دو نقطهٔ B و C را در مدت $۱/۵\ s$ طی می‌کند. فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B چند متر است؟



۱) ۳۶ ۲) ۳۲
۳) ۴۵ ۴) ۲۵

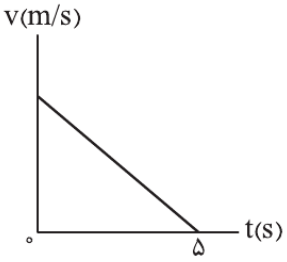
۵۵- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر حداقل مسافت طی‌شده توسط متحرک در یک بازهٔ زمانی ۲ ثانیه‌ای برابر $۶\ m$ باشد، بیشینهٔ فاصلهٔ متحرک از مبدأ چند متر است؟



۱) ۷۵
۲) ۱۰۸
۳) ۱۵۰
۴) ۲۱۶

محل انجام محاسبات

۵۶- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ دوم چند برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن در ثانیهٔ سوم است؟



۱) $\frac{۷}{۵}$

۲) $\frac{۵}{۳}$

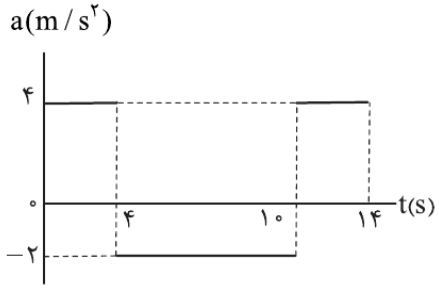
۳) $\frac{۳}{۲}$

۴) $\frac{۲۱}{۱۶}$

۵۷- رانندهٔ خودرویی که در مسیر مستقیم با تندی ثابت $۹۰\ km/h$ در حرکت است، مانعی را می‌بیند و ترمز می‌کند. اگر حرکت خودرو بعد از ترمز با شتاب ثابت به بزرگی $۵\ m/s^۲$ کند شود و خودرو بعد از دیده‌شدن مانع توسط راننده تا توقف کامل $۸۰\ m$ پیموده باشد، زمان واکنش راننده چند ثانیه است؟

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۷ ۴) ۰/۹

۵۸- نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر داده شده و سرعت متحرک در مبدأ زمان برابر $\vec{v}_۰ = (-۸\ m/s)\vec{i}$ است. سرعت متوسط متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که جهت حرکت آن برای دومین مرتبه تغییر می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟



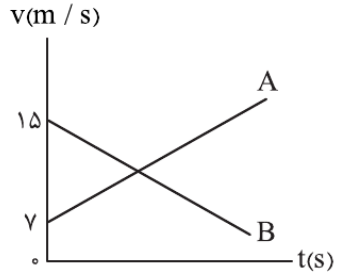
۱) $۲\vec{i}$

۲) $۴\vec{i}$

۳) $-۲\vec{i}$

۴) $-۴\vec{i}$

۵۹- نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. دو متحرک در مبدأ زمان در یک مکان قرار دارند و در لحظهٔ $t = ۱۲\ s$ دوباره به هم می‌رسند. فاصلهٔ بین دو متحرک در لحظهٔ $t = ۱۵\ s$ چند متر است؟



۱) ۱۲

۲) ۲۴

۳) ۳۰

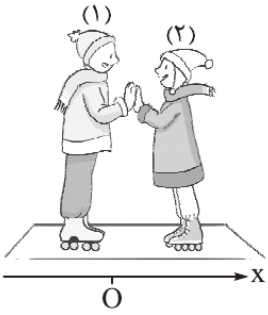
۴) ۵۴

محل انجام محاسبات

۶۰- در مبدأ زمان دو متحرک A و B به ترتیب در مبدأ مکان و مکان $x = ۶۸\ m$ از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند. متحرک A با شتاب $(۴\ m/s^۲)\vec{i}$ شروع به حرکت می‌کند و پس از ۶ s با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. متحرک B نیز ابتدا به مدت ۱۰ s با شتاب $(۲\ m/s^۲)\vec{i}$ و سپس با سرعت ثابت حرکت می‌کند. چند ثانیه فاصلهٔ دو متحرک کم‌تر یا مساوی ۱۲ m است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۶۱- دو شخص (۱) و (۲) به ترتیب به جرم‌های ۷۵ kg و ۶۰ kg با کفش‌های چرخ‌دار روی سطح بدون اصطکاکی روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص (۱)، شخص (۲) را به سمت راست هل می‌دهد. اگر اندازهٔ شتاب شخص (۲) برابر $۲\ m/s^۲$ باشد، شتاب شخص (۱) در SI برابر کدام است؟

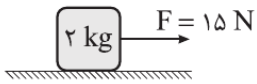


۱) $۲/۵\vec{i}$
۲) $-۲/۵\vec{i}$
۳) $۱/۶\vec{i}$
۴) $-۱/۶\vec{i}$

۶۲- اگر جرم جسمی ۲۰ درصد و اندازهٔ نیروی خالص وارد بر آن ۴۰ درصد کاهش یابد، اندازهٔ شتاب جسم چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۲۰، افزایش می‌یابد. ۲) ۲۵، افزایش می‌یابد.
۳) ۲۰، کاهش می‌یابد. ۴) ۲۵، کاهش می‌یابد.

۶۳- در شکل زیر، نیروی افقی $F = ۱۵\ N$، جسمی به جرم ۲ kg را که روی سطح افقی به ضریب اصطکاک جنبشی ۰/۵ قرار دارد، از حال سکون به حرکت درمی‌آورد. اندازهٔ تکانهٔ جسم پس از ۱/۸ m جابه‌جایی به چند کیلوگرم متر بر ثانیه می‌رسد؟ $(\mu_s < ۰/۷۵ \text{ و } g = ۱۰\ N/kg)$



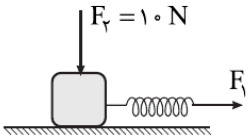
۱) ۳ ۲) ۶
۳) $۳\sqrt{۳}$ ۴) $۶\sqrt{۳}$

۶۴- جسمی روی سطح افقی در حال سکون قرار دارد. نیروی افقی F بر آن وارد می‌شود و به تدریج افزایش می‌یابد. وقتی اندازهٔ نیروی F به ۱۲ N می‌رسد، جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد. زمانی که اندازهٔ F به ۱۴ N می‌رسد، شتاب جسم $۱\ m/s^۲$ و به ازای $F = ۱۶\ N$، شتاب جسم $۱/۵\ m/s^۲$ می‌شود. ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح چند برابر ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح است؟

۱) $\frac{۳}{۱۰}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۵}{۶}$

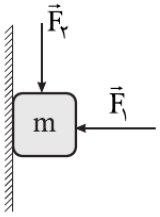
محل انجام محاسبات

۶۵- در شکل زیر، جسمی به جرم $5\ kg$ توسط فنری افقی با شتاب ثابت به بزرگی $1/2\ m/s^2$ به صورت تندشونده روی سطح افقی کشیده می‌شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح $0/4$ و ثابت فنر $20\ N/cm$ باشد، طول فنر نسبت به حالت عادی خود چند سانتی‌متر افزایش می‌یابد؟ $(g = 10\ m/s^2)$



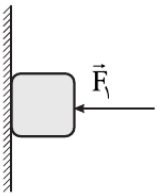
۱) ۱۵
۲) ۱۲
۳) ۱/۵
۴) ۱/۲

۶۶- در شکل زیر، به جسم تکیه داده شده به دیوار قائم، نیروی افقی $\vec{F}_1$ و نیروی قائم $\vec{F}_2$ وارد شده و جسم در آستانهٔ حرکت است. اگر $F_1 = 2\ mg$ و $F_2 = \frac{1}{2}\ mg$ باشد، به ترتیب، بزرگی نیرویی که جسم به دیوار وارد می‌کند، چند برابر وزن جسم است و ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و دیوار چه‌قدر است؟ (m جرم جسم و g شتاب گرانش زمین است.)



۱) $\frac{3}{2}$ ، $\frac{1}{4}$
۲) $\frac{5}{2}$ ، $\frac{1}{4}$
۳) $\frac{3}{2}$ ، $\frac{3}{4}$
۴) $\frac{5}{2}$ ، $\frac{3}{4}$

۶۷- در شکل زیر، اگر به جسم، نیروی افقی $\vec{F}_1$ وارد شود، جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد. پس از شروع حرکت، اگر به جسم نیروی افقی $\vec{F}_2$ وارد شود، جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند. اگر اندازهٔ نیرویی که دیوار قائم به جسم وارد می‌کند، در حالت اول و دوم به ترتیب R_1 و R_2 و زوایایی که این نیروها با نیروی وزن جسم می‌سازند، به ترتیب θ_1 و θ_2 باشد، کدام گزینه، درست است؟ (ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی دیوارهٔ قائم با جسم به ترتیب $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ است.)



۱) $R_1 = \sqrt{2}R_2, \theta_2 > \theta_1$
۲) $R_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}R_2, \theta_2 > \theta_1$
۳) $R_1 = \sqrt{2}R_2, \theta_1 > \theta_2$
۴) $R_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}R_2, \theta_1 > \theta_2$

۶۸- توپی را از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر اندازهٔ شتاب توپ هنگام بالارفتن، ۲ برابر اندازهٔ شتاب آن هنگام پایین‌آمدن باشد، اندازهٔ نیروی مقاومت هوای وارد بر توپ، با فرض ثابت‌بودن، چند برابر وزن جسم است؟

۱) $\frac{1}{2}$
۲) $\frac{1}{3}$
۳) $\frac{1}{4}$
۴) $\frac{1}{6}$

۶۹- فنری به ثابت $50\ N/m$ و طول $30\ cm$ را از نقطه‌ای آویزان می‌کنیم. جسمی به جرم $400\ g$ را به سر دیگر فنر بسته و رها می‌کنیم. در لحظه‌ای که طول فنر به $42\ cm$ می‌رسد، شتاب جسم چند متر بر مربع ثانیه و در چه جهتی است؟ $(g = 10\ N/kg)$

۱) ۵، به سمت بالا
۲) ۵، به سمت پایین
۳) ۱۵، به سمت بالا
۴) ۱۵، به سمت پایین

محل انجام محاسبات

۷۰- جسمی به جرم $5\ kg$ توسط یک ریسمان به سقف آسانسوری بسته شده و آسانسور با شتاب ثابتی به بزرگی $2\ m/s^2$ و به صورت کندشونده به سمت پایین در حال حرکت است. اگر کابل آسانسور پاره شده و آسانسور سقوط آزاد کند، نیروی کشش ریسمان چند نیوتون تغییر می‌کند؟ $(g = 10\ m/s^2)$

۱) ۶۰ ۲) ۵۰ ۳) ۴۰ ۴) ۱۰

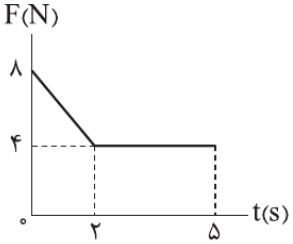
۷۱- اگر جرم گلوله‌ای برابر $20\ g$ و اندازهٔ تکانهٔ آن برابر $800\ \frac{g.m}{s}$ باشد، انرژی جنبشی گلوله چند ژول است؟

۱) ۳۲ ۲) ۱۶ ۳) ۳/۲ ۴) ۱/۶

۷۲- معادلهٔ تکانه ـ زمان متحرکی در SI به صورت $p = 2t^2 - 5t + 1$ است. نیروی خالص متوسط وارد بر متحرک در ۲ ثانیهٔ دوم چند نیوتون است؟

۱) $14\vec{i}$ ۲) $-14\vec{i}$ ۳) $7\vec{i}$ ۴) $-7\vec{i}$

۷۳- نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی برحسب زمان به شکل زیر است. اگر جهت حرکت جسم در لحظهٔ $t = 4\ s$ تغییر کند، تکانهٔ جسم در مبدأ زمان در SI کدام است؟



۱) $20\vec{i}$
۲) $-20\vec{i}$
۳) $24\vec{i}$
۴) $-24\vec{i}$

۷۴- اگر ماهواره‌ای از ارتفاع ۱۶۰۰کیلومتری سطح زمین به ارتفاع ۳۶۰۰کیلومتری سطح زمین منتقل شود، وزن آن چند درصد تغییر می‌کند؟ (شعاع کرهٔ زمین $6400\ km$ است.)

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۳۶ ۴) ۵۶/۲۵

۷۵- جرم زمین و ماه به ترتیب $6\times10^{24}\ kg$ و $7/2\times10^{22}\ kg$ است. در حالتی که فاصلهٔ مرکز ماه و مرکز زمین $4\times10^5\ km$ باشد، اندازهٔ نیروی گرانشی که زمین و ماه به هم وارد می‌کنند، تقریباً چند نیوتون است؟ $(G = 6/67\times10^{-11}\ \frac{N.m^2}{kg^2})$

۱) $1/8\times10^{14}$ ۲) $1/8\times10^{20}$ ۳) $7/2\times10^{14}$ ۴) $7/2\times10^{20}$

محل انجام محاسبات

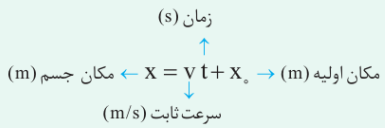
۴۶ متحرکی که با سرعت ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، در لحظه‌های $t_1 = 3\ s$ و $t_2 = 7\ s$ به ترتیب از مکان‌های $x_1 = 2\ m$ و $x_2 = 18\ m$ عبور می‌کند. در ۱۰ ثانیهٔ اول، چند ثانیه بردار مکان متحرک در جهت محور x است؟

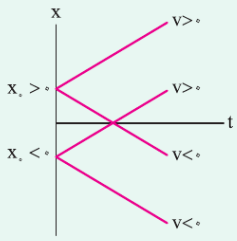
۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۳

Box

حرکت با سرعت ثابت: حرکتی است که در آن اندازه و جهت بردار سرعت همواره ثابت است.





در این نوع حرکت سرعت لحظه‌ای (v) و سرعت متوسط (v_{av}) برابر هستند.

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

v ← شیب نمودار مکان ـ زمان است.

x_0 ← محل تقاطع نمودار و محور مکان است و مکان متحرک در لحظهٔ $t = 0$ را نشان می‌دهد.

بردار مکان: برداری است که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند.

- هرگاه متحرک از مبدأ مکان عبور کند یعنی $x = 0$ است و بردار مکان، تغییر جهت می‌دهد.
- در هر نوع حرکت روی محور x می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

v_{av} = سرعت متوسط (m/s)

x_1 = مکان متحرک در لحظهٔ t_1 (m)

x_2 = مکان متحرک در لحظهٔ t_2 (m)

تشریحی ✔

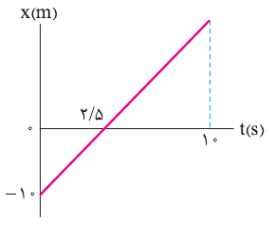
گام اول: با توجه به داده‌های مسئله، x_0 و v را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{18 - 2}{7 - 3} = \frac{16}{4} = 4\ m/s \\ x = vt + x_0 \Rightarrow 18 = 4(7) + x_0 \Rightarrow x_0 = -10\ m \end{cases}$$

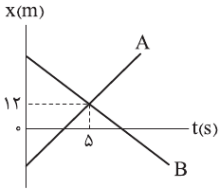
گام دوم: لحظه‌ای را که متحرک از مبدأ مکان $(x = 0)$ عبور می‌کند به دست می‌آوریم:

$$x = 4t - 10 = 0 \Rightarrow 4t = 10 \Rightarrow t = 2/5\ s$$

گام سوم: نمودار مکان ـ زمان متحرک را رسم می‌کنیم. با توجه به این نمودار، بردار مکان متحرک از لحظهٔ $t = 0$ تا $t = 2/5\ s$ در خلاف جهت محور x و از لحظهٔ $t = 2/5\ s$ تا $t = 10\ s$ در جهت محور x است، بنابراین بردار مکان متحرک به مدت $7/5\ s$ در جهت محور x است.



۴۷ نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t_1 = ۳\ s$ چند برابر فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t_2 = ۹\ s$ است؟



۱) ۳

۲) ۲

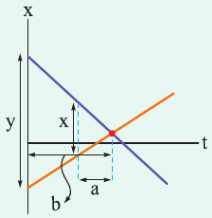
۳) $\frac{۱}{۳}$

۴) $\frac{۱}{۲}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

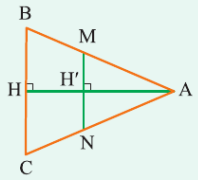
Box

در سؤالات حرکت‌شناسی و به‌ویژه مبحث نمودارهای مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت، لازم است که هر دانش‌آموز بتواند از تشابه مثلث‌ها استفاده کند:



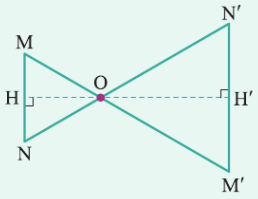
$\frac{a}{b} = \frac{x}{y}$

(۱)



$\frac{AH'}{AH} = \frac{MN}{BC}$

(۲)



$\frac{MN}{M'N'} = \frac{OH}{OH'}$

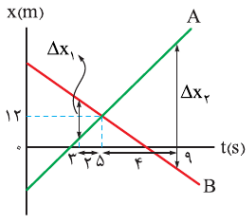
(۳)

تشریحی

با توجه به نمودار دو متحرک و شکل (۳) درس‌باکس که تشابه دو مثلث $\overset{\Delta}{MON}$ و $\overset{\Delta}{M'ON'}$ را نشان می‌دهد می‌توان نوشت:

$\Delta x_1 =$ فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t_1 = ۳\ s$

$\Delta x_2 =$ فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t_2 = ۹\ s$



$\frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{۵-۳}{۹-۵} = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲}$

۴۸ متحرک A با سرعت ثابت در جهت محور x و متحرک B با سرعت ثابت در خلاف جهت محور x حرکت می‌کنند. تندی متحرک A، ۲ برابر تندی متحرک B است. اگر جهت بردار مکان دو متحرک A و B به ترتیب در لحظه‌های $t_1 = ۸\ s$ و $t_2 = ۲۰\ s$ تغییر کند، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه دو متحرک به هم می‌رسند؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint با توجه به وضعیت گفته‌شده در سؤال، نمودار x ـ t دو متحرک A و B را رسم کنید و لحظهٔ به هم رسیدن دو متحرک را به دست آورید.

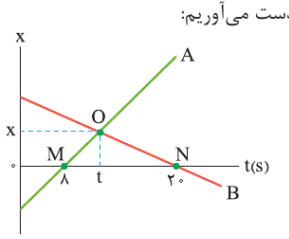
Box ۱) هرگاه متحرک از مبدأ مکان یا مبدأ محور $(x = ۰)$ عبور کند، x تغییر علامت می‌دهد و جهت بردار مکان آن عوض می‌شود.

۲) وقتی دو متحرک A و B به هم می‌رسند یعنی در مکان یکسانی قرار دارند: $x_A = x_B$

۳) در حرکت با سرعت ثابت، اندازهٔ شیب خط نمودار مکان ـ زمان متحرک برابر است با تندی متحرک.

تشریحی **گام اول:** با توجه به داده‌های سؤال، نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B را رسم می‌کنیم.

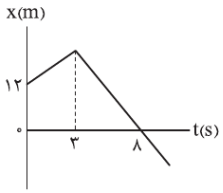
گام دوم: به کمک رابطهٔ بین تندی متحرک‌های A و B، زمان به هم رسیدن آن‌ها را به دست می‌آوریم:



$$v_A = ۲|v_B| \Rightarrow |\text{شیب } MO| = ۲\times|\text{شیب } ON| \Rightarrow \frac{x}{t-۸} = ۲\times\frac{x}{۲۰-t}$$

$$\Rightarrow ۲t-۱۶ = ۲۰-t \Rightarrow ۳t = ۳۶ \Rightarrow t = ۱۲\ s$$

۴۹ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر در بازه‌ای که بردار مکان متحرک در جهت محور x است، تندی متوسط متحرک برابر ۳ m/s باشد، شتاب متوسط متحرک در این بازه، چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) $0/2\vec{i}$

۲) $-0/2\vec{i}$

۳) $0/7\vec{i}$

۴) $-0/7\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا مکان متحرک در لحظهٔ $t=3\,s$ را به دست آورید، سپس سرعت متوسط $(v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t})$ در بازه‌های قبل و بعد از آن را محاسبه و در نهایت شتاب متوسط را از رابطهٔ $a_{av}=\frac{v_2-v_1}{\Delta t}$ به دست آورید.

Box

شتاب متوسط $(\vec{a}_{av})$:

شتاب متوسط برابر تغییرات سرعت در واحد زمان است.

$$\vec{a}_{av}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{\vec{v}_2-\vec{v}_1}{t_2-t_1}$$

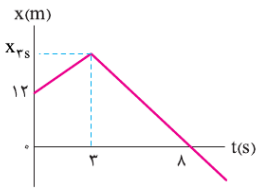
a_{av} = شتاب متوسط (m/s^2)

$\vec{v}_1$ = سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 (m/s)

$\vec{v}_2$ = سرعت متحرک در لحظهٔ t_2 (m/s)

شتاب متوسط کمیتی برداری و هم‌جهت با بردار تغییر سرعت $(\Delta\vec{v})$ است، زیرا Δt همواره مثبت است.

تشریحی **گام اول:** با توجه به این‌که $s_{av}=3\,m/s$ و بردار مکان در ۸ ثانیهٔ اول در جهت محور x است، داریم:



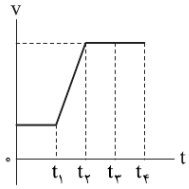
$$s_{av}=\frac{(x_{3s}-12)+(x_{3s}-0)}{8}=3 \Rightarrow \frac{2x_{3s}-12}{8}=3$$

$$\Rightarrow x_{3s}=18\,m$$

گام دوم: سرعت متحرک در ۲ مرحلهٔ (۰ s تا ۳ s) و (۳ s تا ۸ s) و سپس شتاب متوسط را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} v_1=v_{(0\to 3s)}=\frac{18-12}{3}=2\,m/s \\ v_2=v_{(3s\to 8s)}=\frac{0-18}{8-3}=-3/6\,m/s \end{cases} \Rightarrow \vec{a}_{av}=\frac{\vec{v}_2-\vec{v}_1}{\Delta t}=\frac{(-3/6-2)\vec{i}}{8} \Rightarrow \vec{a}_{av}=(-0/7\,m/s^2)\vec{i}$$

۵۰ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در کدام بازهٔ زمانی بیشتر است؟



۱) صفر تا t_2

۲) صفر تا t_4

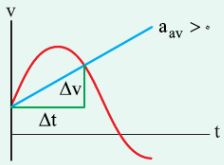
۳) t_1 تا t_2

۴) t_1 تا t_3

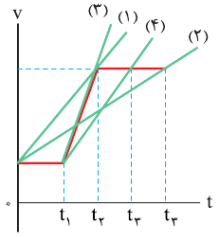
پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint شیب خط قاطع نمودار در بازه‌های زمانی ذکرشده در گزینه‌ها را با هم مقایسه کنید.

Box شتاب متوسط بین دو لحظه، برابر شیب خطی است که نمودار سرعت ـ زمان را در آن دو لحظه قطع می‌کند.



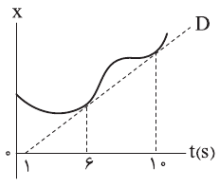
تشریحی شیب خط نمودار سرعت ـ زمان را در هر یک از بازه‌های زمانی گزینه‌های داده‌شده رسم می‌کنیم:



با توجه به خطوط رسم‌شده، شتاب متوسط در بازهٔ t_1 تا t_2 بیشتر است.

پاسخنامهٔ آزمون جامع ـ صفحهٔ ۶

۵۱ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر فاصلهٔ متحرک از مبدأ در لحظهٔ $t_2 = 10\ s$ برابر $36\ m$ باشد، در لحظهٔ $t_1 = 6\ s$، تندی متحرک و فاصلهٔ متحرک از مبدأ، به ترتیب از راست به چپ، در SI کدام است؟ (خط D در لحظه‌های $t_1 = 6\ s$ و $t_2 = 10\ s$ بر نمودار مماس است.)



۱) ۲۰ ،۴

۲) ۲۰ ،۳/۶

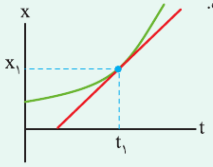
۳) ۲۴ ،۴

۴) ۲۴ ،۳/۶

پاسخ: گزینهٔ ۱

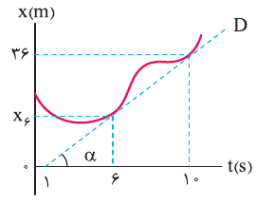
Hint با استفاده از این‌که شیب خط مماس بر نمودار در لحظات $t_1 = 6\ s$ و $t_2 = 10\ s$ برابر تندی‌های $v_{6\,s}$ و $v_{10\,s}$ است که با هم برابرند، خواسته‌های مسئله را به دست بیاورید.

Box
- در نمودار x ـ t، شیب خط مماس بر نمودار در هر لحظه برابر سرعت لحظه‌ای در آن لحظه است.



- علامت سرعت همان علامت شیب است.

تشریحی **گام اول:** شیب خط D (خط مماس در لحظات t_1 و t_2) همان تندی متحرک در لحظات $6\ s$ و $10\ s$ است:



$$\text{شیب خط D} = v_{6\,s} = v_{10\,s} = \frac{36-0}{10-1} = \frac{36}{9} = 4$$

$$\Rightarrow v_{6\,s} = 4\ m/s$$

گام دوم: با نوشتن شیب خط D در مثلث کوچک‌تر، $x_{6\,s}$ را به دست می‌آوریم:

$$\text{شیب خط D} = \frac{x_{6\,s}-0}{6-1} \Rightarrow 4 = \frac{x_{6\,s}}{5} \Rightarrow x_{6\,s} = 20\ m$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۷

۵۲ معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = -3t + 12$ است. اگر بردار مکان متحرک در مبدأ زمان برابر $\vec{i}(15\ m)$ باشد، در کدام لحظه برحسب ثانیه متحرک برای دومین بار از مکان $x = 33\ m$ می‌گذرد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک ($x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$) را با توجه به معادلهٔ سرعت بنویسید و سپس با قراردادن $x = 33\ m$ در آن، لحظهٔ مورد نظر را به دست آورید.

Box معادلات حرکت با شتاب ثابت روی محور x به صورت زیر می‌باشد:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \qquad \Delta x = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \qquad \Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt$$

$$\Delta x = (\frac{v_1 + v_2}{2})\Delta t \qquad v = at + v_0$$

تشریحی **گام اول:** با توجه به داشتن معادلهٔ سرعت ـ زمان می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{matrix} v = -3t + 12 \\ v = at + v_0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow a = -3\ m/s^2\ ,\ v_0 = 12\ m/s$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{x_0 = 15\ m} x = \frac{1}{2}(-3)t^2 + 12t + 15 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}t^2 + 12t + 15$$

گام دوم: با قراردادن $x = 33\ m$، لحظهٔ مورد نظر را به دست می‌آوریم:

$$-\frac{3}{2}t^2 + 12t + 15 = 33$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{2}t^2 + 12t - 18 = 0 \xrightarrow{\Delta = 144 - 4(-\frac{3}{2})(-18) = 36} \begin{cases} t_1 = \frac{-12 + 6}{-3} = \frac{-6}{-3} = 2\ s \\ t_2 = \frac{-12 - 6}{-3} = \frac{-18}{-3} = 6\ s \end{cases} \checkmark$$

کنکور متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و معادلهٔ سرعت ـ زمان آن به صورت $v = -3t + 24$ است. اگر متحرک در مبدأ زمان، از مکان $x = +18$ بگذرد، در کدام لحظه برای اولین بار، از مکان $x = +90$ می‌گذرد؟ (اندازه‌ها در SI است.)

(سؤال ۱۶۱ کنکور ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخنامهٔ آزمون جامع ـ صفحهٔ ۸

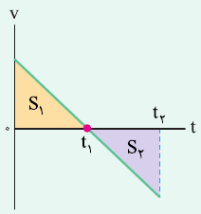
۵۳ معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $x = t^۲ - ۱۰t + ۵$ است. در ۴ ثانیهٔ دوم، تندی متوسط متحرک چند برابر اندازهٔ سرعت متوسط آن است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۵}{۴}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ابتدا معادلهٔ سرعت ـ زمان ($v = at + v_۰$) را از معادلهٔ مکان ـ زمان داده‌شده به دست آورید. سپس با رسم نمودار سرعت ـ زمان و با استفاده از سطح زیر نمودار، خواستهٔ مسئله را به دست آورید.

Box در نمودار v ـ t، سطح زیر نمودار ابزار مفیدی برای محاسبهٔ موارد زیر است:



$$v_{av} = \frac{S_۱ - S_۲}{t_۲} \qquad \Delta x = S_۱ - S_۲$$

$$s_{av} = \frac{S_۱ + S_۲}{t_۲} \qquad \ell = S_۱ + S_۲$$

v_{av} = سرعت متوسط (m/s)

s_{av} = تندی متوسط (m/s)

Δx = جابه‌جایی (m)

ℓ = مسافت (m)

تشریحی **گام اول:** به کمک معادلهٔ مکان ـ زمان، معادلهٔ سرعت ـ زمان را به دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l} x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \\ x = t^۲ - ۱۰t + ۵ \end{array}\right\} \Rightarrow a = ۲\ m/s^۲ ,\ v_۰ = -۱۰\ m/s ,\ x_۰ = ۵\ m$$

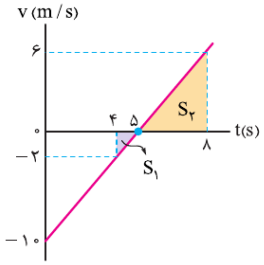
$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۲t - ۱۰$$

گام دوم: نمودار سرعت ـ زمان را رسم می‌کنیم:

$$v = ۰ \Rightarrow ۲t - ۱۰ = ۰ \Rightarrow t = \frac{۱۰}{۲} = ۵\ s$$

$$t = ۸\ s \Rightarrow v_۸ = ۲(۸) - ۱۰ = ۶\ m/s$$

$$t = ۴\ s \Rightarrow v_۴ = ۲(۴) - ۱۰ = -۲\ m/s$$



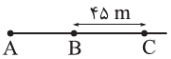
$$\begin{cases} S_۱ = \frac{۱}{۲}(۱)(۲) = ۱ \\ S_۲ = \frac{۱}{۲}(۶)(۳) = ۹ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{s_{av(۴\,s \to ۸\,s)}}{v_{av(۴\,s \to ۸\,s)}} = \frac{\frac{S_۱ + S_۲}{۴}}{\frac{S_۲ - S_۱}{۴}} = \frac{S_۱ + S_۲}{S_۲ - S_۱} = \frac{۱۰}{۸} = \frac{۵}{۴}$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۹

۵۴ در شکل زیر، متحرکی از نقطهٔ A با شتاب ثابت $8\ m/s^2$ از حال سکون شروع به حرکت کرده و فاصلهٔ دو نقطهٔ B و C را در مدت $1/5\ s$ طی می‌کند. فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B چند متر است؟

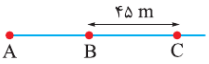
۱) ۳۶ ۲) ۳۲ ۳) ۴۵ ۴) ۲۵



پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint ابتدا معادلهٔ $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$ را بین B و C به کار ببرید تا v_B را به دست آورید، سپس با نوشتن رابطهٔ مستقل از زمان بین A و B، Δx_{AB} را محاسبه کنید.

تشریحی **گام اول:** از داشته‌های مسئله و به کمک معادلات شتاب ثابت، v_B را به دست می‌آوریم:



$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$\xrightarrow[v_0 = v_B\ ,\ t = 1/5\ s]{a = 8\ m/s^2\ ,\ \Delta x_{BC} = 45\ m} 45 = \frac{1}{2}(8)\left(\frac{3}{2}\right)^2 + v_B\left(\frac{3}{2}\right)$$

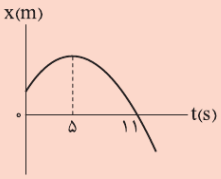
$$\Rightarrow 9 + \frac{3}{2}v_B = 45 \Rightarrow 3 + \frac{v_B}{2} = 15 \Rightarrow v_B = 24\ m/s$$

گام دوم: Δx_{AB} را به کمک رابطهٔ مستقل از زمان بین A و B به دست می‌آوریم:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a\Delta x_{AB} \xrightarrow[a = 8\ m/s^2]{v_A = 0\ ,\ v_B = 24\ m/s} \Delta x_{AB} = \frac{v_B^2}{2a} = \frac{\cancel{24}^{12} \times \cancel{24}^{3}}{\cancel{2} \times \cancel{8}} = 36\ m$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع ـ صفحهٔ ۱۰

۵۵ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اگر حداقل مسافت طی‌شده توسط متحرک در یک بازهٔ زمانی ۲ ثانیه‌ای برابر ۶ m باشد، بیشینهٔ فاصلهٔ متحرک از مبدأ چند متر است؟



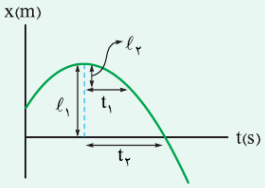
۱) ۷۵
۲) ۱۰۸
۳) ۱۵۰
۴) ۲۱۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

Box

در نمودار x ـ t حرکت با شتاب ثابت، می‌توان از رابطهٔ زیر در مقایسه با رأس سهمی استفاده کرد:

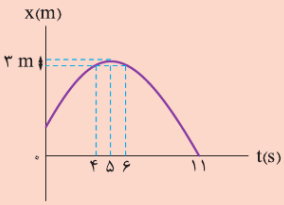
$$\ell_1 = \frac{1}{2}at_1^2 \quad و \quad \ell_2 = \frac{1}{2}at_2^2$$



$$\frac{\ell_2}{\ell_1} = (\frac{t_2}{t_1})^2$$

تشریحی

با توجه به نمودار x ـ t و روابط سهمی گفته‌شده در درس‌باکس، می‌توان نوشت:



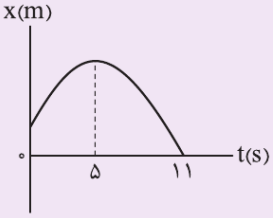
حداقل مسافت در بازهٔ ۲ ثانیه، در ۲ بازهٔ ۱ ثانیه‌ای اطراف لحظهٔ تغییر جهت $(t = 5\,s)$ صورت گرفته است و جابه‌جایی در ۱ ثانیهٔ اطراف آن ۳ m بوده است.

حداکثر فاصله از مبدأ در $t = 5\,s$ رخ می‌دهد:

$$\frac{\ell_{(5\,s \to 11\,s)}}{\ell_{(5\,s \to 6\,s)}} = (\frac{6}{1})^2 \Rightarrow \Delta x_{(5\,s \to 11\,s)} = 3 \times 36 = 108\,m$$

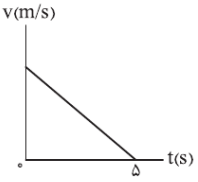
کنکور

شکل زیر، نمودار مکان ـ زمان متحرکی است که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند. یک بازهٔ زمانی ۲ ثانیه‌ای را چنان انتخاب می‌کنیم که تندی متوسط در آن بازه حداقل باشد. اگر این تندی متوسط ۳ m/s باشد، در لحظهٔ $t = 9\,s$، متحرک در چند متری مبدأ محور است؟ *(سؤال ۱۸۹ کنکور تجربی مجدد ۱۴۰۱)*



۱) ۳۳
۲) ۴۸
۳) ۶۰
۴) ۷۵

۵۶ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به شکل زیر است. اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ دوم چند برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن در ثانیهٔ سوم است؟



۱) $\frac{۷}{۵}$ ۲) $\frac{۵}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۲۱}{۱۶}$

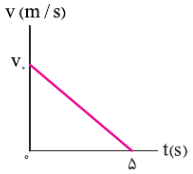
پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint با استفاده از نمودار سرعت ـ زمان متحرک، سرعت اولیهٔ آن را برحسب a به دست آورید و سپس نسبت اندازهٔ جابه‌جایی‌های خواسته‌شده را حساب کنید.

Box جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ n اُم:

$$\Delta x_n = (n - ۰/۵)a + v_۰$$

تشریحی **گام اول:** به کمک نمودار سرعت ـ زمان متحرک می‌توان نوشت:



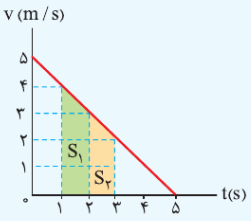
$$v = at + v_۰ \xrightarrow[v=۰]{t=۵\,s} ۰ = ۵a + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۵a$$

گام دوم: نسبت جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ دوم به جابه‌جایی آن در ثانیهٔ سوم را حساب می‌کنیم:

$$\Delta x = (n - ۰/۵)a + v_۰$$

$$\frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۳} = \frac{(۲ - ۰/۵)a + (-۵a)}{(۴ - ۰/۵)a + (-۵a)} = \frac{-۳/۵a}{-۱/۵a} = \frac{۷}{۵}$$

جور دیگه چون سؤال از ما نسبت جابه‌جایی‌ها را خواسته، می‌توانیم $v_۰$ را هر عدد دلخواه مثبتی (مثلاً ۵) در نظر بگیریم:



$$\frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۳} = \frac{S_۱}{S_۲} = \frac{(\frac{۴+۳}{۲})\times ۱}{(\frac{۳+۲}{۲})\times ۱} = \frac{۷}{۵}$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۲

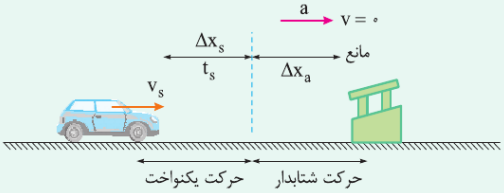
۵۷ راننده‌ٔ خودرویی که در مسیر مستقیم با تندی ثابت $90\ km/h$ در حرکت است، مانعی را می‌بیند و ترمز می‌کند. اگر حرکت خودرو بعد از ترمز با شتاب ثابت به بزرگی $5\ m/s^2$ کند شود و خودرو بعد از دیده‌شدن مانع توسط راننده تا توقف کامل $80\ m$ پیموده باشد، زمان واکنش راننده چند ثانیه است؟

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۷ ۴) ۰/۹

پاسخ: گزینهٔ ۳

Box

در مسائل متحرک با تندی ثابت که راننده با تأخیر (زمان واکنش t_s) ترمز می‌کند، روابط زیر حاکم است:

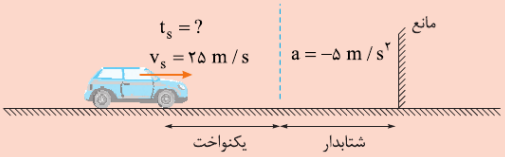


$$\Delta x_s = v_s t_s \qquad \Delta x_{کل} = \Delta x_s + \Delta x_a$$

$$\Delta x_a = \frac{1}{2} a t_a^2 + v_s t_a \qquad v^2 - v_\circ^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v^2 - v_\circ^2}{2a}$$

تشریحی

گام اول: با توجه به اطلاعات مسئله، شکل مناسبی رسم می‌کنیم:



$$\Delta x_s + \Delta x_a = 80\ m \quad (1)$$

گام دوم: Δx_s و Δx_a را برحسب داده‌های مسئله می‌نویسیم:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x_s = 25 t_s \\ \Delta x_a = \dfrac{v^2 - v_\circ^2}{2a} \xrightarrow[a=-5\,m/s^2]{v=\circ} \Delta x_a = \dfrac{\circ - 25^2}{2(-5)} = \dfrac{125}{2}\ m \end{array}\right\} \xrightarrow{(1)} 25 t_s + \frac{125}{2} = 80$$

$$\Rightarrow 25 t_s = 17/5 \Rightarrow t_s = \circ/7\ s$$

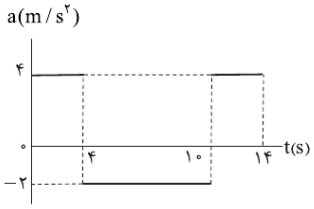
کنکور

راننده‌ای که در مسیر مستقیم با تندی ثابت $72\ km/h$ در حرکت است، مانعی را می‌بیند و ترمز می‌کند. اگر حرکت خودرو بعد از ترمز با شتاب ثابت به بزرگی $5\ m/s^2$ کند شود و خودرو بعد از دیدن مانع تا توقف کامل $56\ m$ پیموده باشد، زمان واکنش چند ثانیه است؟ (سؤال ۱۶۳ کنکور ریاضی مجدد ۱۴۰۱)

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۸ ۳) ۱/۲ ۴) ۱/۶

پاسخنامهٔ آزمون جامع ـ صفحهٔ ۱۳

۵۸ نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که در راستای محور x حرکت می‌کند، به شکل زیر داده شده و سرعت متحرک در مبدأ زمان برابر $\vec{v}_0 = (-8\ m/s)\vec{i}$ است. سرعت متوسط متحرک از مبدأ زمان تا لحظه‌ای که جهت حرکت آن برای دومین مرتبه تغییر می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟



۱) $2\vec{i}$
۲) $4\vec{i}$
۳) $-2\vec{i}$
۴) $-4\vec{i}$

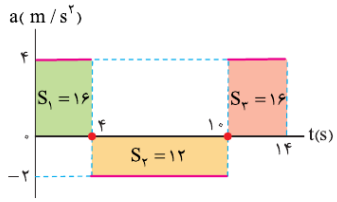
پاسخ: گزینهٔ ۱

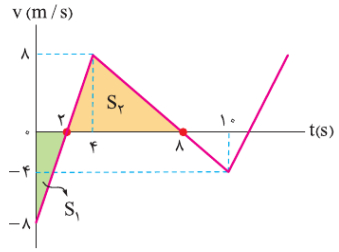
Hint ابتدا نمودار v ـ t متحرک را رسم کنید و با توجه به سطوح زیر این نمودار، v_{av} را در بازهٔ خواسته‌شده به دست آورید.

Box در نمودارهای a ـ t که به صورت چندمرحله‌ای هستند، یکی از بهترین و سریع‌ترین گزینه‌ها برای شروع حل مسائل، رسم نمودار v ـ t براساس نمودار a ـ t است:

- وقتی نمودار v ـ t محور زمان را قطع می‌کند، جهت حرکت عوض می‌شود.
- سطح زیر نمودار v ـ t برابر جابه‌جایی متحرک است.

تشریحی **گام اول:** با توجه به این‌که سطح زیر نمودار a ـ t برابر Δv است، نمودار v ـ t را رسم می‌کنیم:





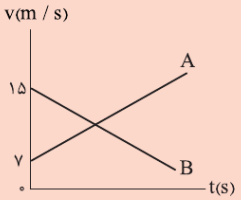
همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، در لحظهٔ $t = 8\ s$ جهت حرکت متحرک برای دومین بار تغییر کرده است.

گام دوم: با توجه به سطح زیر نمودار v ـ t خواستهٔ مسئله را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\xrightarrow{\Delta x = (-S_1) + S_2} \vec{v}_{av} = \frac{(-S_1) + S_2}{8}\vec{i} = \frac{-(\frac{1}{2} \times 8 \times 2) + (\frac{1}{2} \times 6 \times 8)}{8}\vec{i} = (2\ m/s)\vec{i}$$

۵۹ نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B که در راستای محور x حرکت می‌کنند، به شکل زیر است. دو متحرک در مبدأ زمان در یک مکان قرار دارند و در لحظهٔ $t = ۱۲\,s$ دوباره به هم می‌رسند. فاصلهٔ بین دو متحرک در لحظهٔ $t = ۱۵\,s$ چند متر است؟



۱) ۱۲
۲) ۲۴
۳) ۳۰
۴) ۵۴

پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint با استفاده از به هم رسیدن دو متحرک در لحظهٔ $t = ۱۲\,s$، سرعت نسبی و شتاب نسبی دو متحرک A و B را حساب کنید و سپس فاصلهٔ دو متحرک A و B را به کمک آن‌ها به دست آورید.

Box **روش سرعت نسبی:** جهت ساده‌سازی محاسبات می‌توان از این روش در مسائل استفاده کرد.



$$\begin{cases} \vec{a}_{\text{نسبی}} = \vec{a}_A - \vec{a}_B \\ \vec{v}_{\text{نسبی}} = \vec{v}_A - \vec{v}_B \end{cases}$$

تشریحی **گام اول:** با توجه به داده‌های نمودار سرعت ـ زمان، در لحظهٔ $t = ۱۲\,s$ داریم:

$$\xrightarrow[\substack{v_{۰A} = ۷\,m/s \\ v_{۰B} = ۱۵\,m/s}]{x_A = x_B} \frac{۱}{۲}a_A(۱۲)^۲ + ۷(۱۲) = \frac{۱}{۲}a_B(۱۲)^۲ + ۱۵(۱۲) \Rightarrow a_A - a_B = \frac{۴}{۳}\,m/s^۲$$

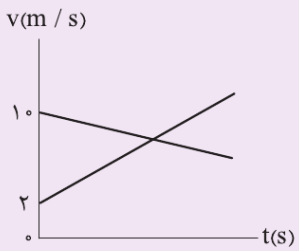
گام دوم: پس از $t = ۱۲\,s$ که دو متحرک به هم رسیده‌اند، از هم فاصله می‌گیرند:

$$d = x_A - x_B = (\frac{۱}{۲}a_A t^۲ + v_A t) - (\frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_B t) = \frac{۱}{۲}(a_A - a_B)t^۲ + (v_A - v_B)t$$

$$\xrightarrow[\substack{a_A - a_B = \frac{۴}{۳}\,m/s \\ v_A - v_B = ۸\,m/s}]{\Delta t = ۱۵ - ۱۲ = ۳\,s} d = \frac{۲}{۳}t^۲ + ۸t \xrightarrow{t = ۳\,s} d = ۶ + ۲۴ = ۳۰\,m$$

کنکور **شکل زیر، نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک است که روی محور x در لحظهٔ $t_۱ = ۰\,s$ از یک نقطه با سرعت اولیه‌های نشان‌داده‌شده، می‌گذرند و در لحظهٔ $t_۲ = ۲۰\,s$ دوباره به هم می‌رسند. فاصلهٔ بین آن‌ها در لحظهٔ $t_۳ = ۳۰\,s$، چند متر است؟**

(سؤال ۱۶۴ کنکور ریاضی مجدد ۱۴۰۱)



۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) ۸۰
۴) ۱۲۰

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۵

۶۰ در مبدأ زمان دو متحرک A و B به ترتیب در مبدأ مکان و مکان $x = 68\ m$ از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند. متحرک A با شتاب $\vec{a}(4\ m/s^2)\vec{i}$ شروع به حرکت می‌کند و پس از ۶ s با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. متحرک B نیز ابتدا به مدت ۱۰ s با شتاب $\vec{a}(2\ m/s^2)\vec{i}$ و سپس با سرعت ثابت حرکت می‌کند. چند ثانیه فاصلهٔ دو متحرک کم‌تر یا مساوی ۱۲ m است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint ابتدا وضعیت حرکت و فاصلهٔ دو جسم تا لحظهٔ ۶ s را مشخص کنید و سپس وضعیت حرکت را پس از ۶ s تعیین کنید.

شریحی ✔ **گام اول:** معادلهٔ مکان هر یک از دو متحرک را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + v_{0A}t + x_{0A} \Rightarrow x_A = \frac{1}{2}(4)t^2 = 2t^2 & : t \le 6\ s \\ t = 6\ s \Rightarrow x_{t=6\ s} = 2(6^2) = 72\ m \\ v_A = a_A t + v_{0A} = 4 \times 6 = 24\ m/s \\ x_A = v_A(t-6) + x_{t=6s} \Rightarrow x_A = 24(t-6) + 72 & : t > 6\ s \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + v_{0B}t + x_{0B} \Rightarrow x_B = \frac{1}{2}(2)t^2 + 68 = t^2 + 68 & : t \le 10\ s \\ t = 10\ s \Rightarrow x_{t=10\ s} = 10^2 + 68 = 168\ m \\ v_B = a_B t + v_{0B} = 2 \times 10 = 20\ m/s \\ x_B = v_B(t-10) + x_{t=10\ s} \Rightarrow x_B = 20(t-10) + 168 & : t > 10\ s \end{cases}$$

گام دوم: مکان هر یک از دو متحرک را در لحظه‌های $t = 6\ s$ و $t = 10\ s$ به دست می‌آوریم:

$$t = 6\ s \Rightarrow x_A = 72\ m$$

$$t = 6\ s \Rightarrow x_B = t^2 + 68 = 6^2 + 68 = 104\ m$$

پس اولین بار که $x_B - x_A = 12\ m$ می‌شود، بعد از $t = 6\ s$ است.

$$t = 10\ s \Rightarrow x_A = 24(t-6) + 72 = 24(10-6) + 72 = 96 + 72 = 168\ m$$

$$t = 10\ s \Rightarrow x_B = 168\ m$$

یعنی دو متحرک در لحظهٔ $t = 10\ s$ به یکدیگر می‌رسند. بنابراین اولین بار که دو متحرک به هم می‌رسند، در بازهٔ زمانی $6\ s < t < 10\ s$ قرار دارند و دومین بار که فاصلهٔ آن‌ها از هم به ۱۲ m می‌رسد، بعد از $t = 10\ s$ است.

گام سوم: اگر در لحظهٔ $6\ s < t_1 < 10\ s$ برای اولین بار فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر به ۱۲ m برسد، داریم:

$$x_B - x_A = 12\ m \Rightarrow t_1^2 + 68 - (24(t_1 - 6) + 72) = 12$$

$$\Rightarrow t_1^2 + 68 - 24t_1 + 144 - 72 = 12 \Rightarrow t_1 = 8\ s$$

اگر در لحظهٔ $t_2 > 10\ s$ برای دومین بار فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر به ۱۲ m برسد، داریم:

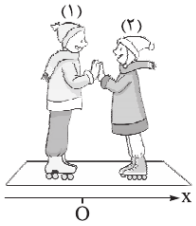
$$x_A - x_B = 12 \Rightarrow 24(t_2 - 6) + 72 - (20(t_2 - 10) + 168) = 12$$

$$\Rightarrow 24t_2^2 - 144 + 72 - 20t_2 + 200 - 168 = 12 \Rightarrow t_2 = \frac{52}{4} = 13\ s$$

بنابراین در بازهٔ زمانی $t_1 = 8\ s$ تا $t_2 = 13\ s$ یعنی به مدت ۵ s فاصلهٔ این دو متحرک از یکدیگر کم‌تر یا مساوی با ۱۲ m است.

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۶

۶۱ دو شخص (۱) و (۲) به ترتیب به جرم‌های ۷۵ kg و ۶۰ kg با کفش‌های چرخ‌دار روی سطح بدون اصطکاکی روبه‌روی هم ایستاده‌اند. شخص (۱)، شخص (۲) را به سمت راست هل می‌دهد. اگر اندازهٔ شتاب شخص (۲) برابر $۲\ m/s^۲$ باشد، شتاب شخص (۱) در SI برابر کدام است؟



۱) $۲/۵\vec{i}$

۲) $-۲/۵\vec{i}$

۳) $۱/۶\vec{i}$

۴) $-۱/۶\vec{i}$

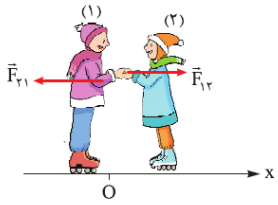
پاسخ: گزینهٔ ۴

Hint با توجه به هم‌اندازه‌بودن نیروهای کنش و واکنش $(m_۲a_۲ = m_۱a_۱)$، شتاب شخص (۱) را به دست آورید.

Box مطابق قانون سوم نیوتون، اگر جسم A نیرویی بر جسم B وارد کند، جسم B نیز نیرویی بر جسم A وارد می‌کند. این دو نیرو هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگرند:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

تشریحی طبق قانون سوم نیوتون داریم:



شتاب شخص (۱) یعنی $\vec{a}_۱$ در جهت نیروی $\vec{F}_{۲۱}$ است، یعنی به طرف چپ.

$$\vec{F}_{۲۱} = -\vec{F}_{۱۲} \Rightarrow m_۱\vec{a}_۱ = -m_۲\vec{a}_۲$$

$$\Rightarrow \vec{a}_۱ = -\frac{m_۲}{m_۱}\vec{a}_۲ \xrightarrow[\vec{a}_۲=(۲\ m/s^۲)\,\vec{i}]{m_۲=۶۰kg\ ,\ m_۱=۷۵kg} \vec{a}_۱ = -\frac{۶۰}{۷۵}(۲)\vec{i} = (-۱/۶\ m/s^۲)\vec{i}$$

تیزبازی چون شخص (۱) جرم بیشتری دارد، شتاب کم‌تری پیدا می‌کند، یعنی گزینه‌های (۱) و (۲) رد می‌شوند. از طرفی نیروی خالص وارد بر شخص (۱) به طرف چپ است؛ بنابراین شتاب آن نیز به طرف چپ است، یعنی گزینهٔ (۳) نیز رد می‌شود.

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۷

۶۲ اگر جرم جسمی ۲۰ درصد و اندازهٔ نیروی خالص وارد بر آن ۴۰ درصد کاهش یابد، اندازهٔ شتاب جسم چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

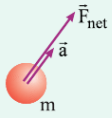
۱) ۲۰، افزایش می‌یابد.
۲) ۲۵، افزایش می‌یابد.
۳) ۲۰، کاهش می‌یابد.
۴) ۲۵، کاهش می‌یابد.

پاسخ: گزینهٔ ۴

Box

قانون دوم نیوتون:

هرگاه نیروهای وارد بر جسمی متوازن نباشند، یعنی بر جسم نیروی خالصی وارد شود، جسم تحت تأثیر آن نیرو، شتاب می‌گیرد که این شتاب با نیروی خالص وارد بر جسم نسبت مستقیم دارد و در همان جهت نیروی خالص است، اما با جرم جسم نسبت وارون دارد.



$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_{net}}{m} \Rightarrow \vec{F}_{net} = m\vec{a}$$

$\vec{a}$ = شتاب (m/s^2)

m = جرم (kg)

$\vec{F}_{net}$ = نیروی خالص (N)

تشریحی ✔

گام اول: جرم جسم و نیروی خالص وارد بر آن را در حالت دوم برحسب مقادیر اولیهٔ آن‌ها می‌نویسیم:

$$m_2 = m_1 - 0/2m_1 = 0/8m_1$$

$$F_2 = F_1 - 0/4F_1 = 0/6F_1$$

گام دوم: با توجه به قانون دوم نیوتون و مقایسهٔ دو حالت، داریم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{a_2}{a_1} \Rightarrow \frac{0/6F_1}{F_1} = \frac{0/8m_1}{m_1} \times \frac{a_2}{a_1}$$

$$\Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{3}{4}$$

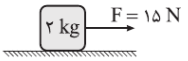
گام سوم: رابطهٔ درصد تغییرات شتاب را می‌نویسیم:

$$\frac{a_2 - a_1}{a_1} \times 100 \Rightarrow \frac{\frac{3}{4}a_1 - a_1}{a_1} \times 100 = -\%25$$

علامت منفی نشان‌دهندهٔ کاهش شتاب است.

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۸

۶۳ در شکل زیر، نیروی افقی $F = ۱۵\ N$، جسمی به جرم $۲\ kg$ را که روی سطح افقی به ضریب اصطکاک جنبشی $۰/۵$ قرار دارد، از حال سکون به حرکت درمی‌آورد. اندازهٔ تکانهٔ جسم پس از $۱/۸\ m$ جابه‌جایی به چند کیلوگرم متر بر ثانیه می‌رسد؟ $(\mu_s < ۰/۷۵ \text{ و } g = ۱۰\ N/kg)$



۱) ۳
۲) ۶
۳) $۳\sqrt{۳}$
۴) $۶\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ابتدا از قانون دوم نیوتون $(a = \frac{F_{net}}{m})$ شتاب حرکت را به دست آورید و در نهایت با نوشتن رابطهٔ مستقل از زمان، سرعت و تکانهٔ جسم را پس از $۱/۸\ m$ جابه‌جایی، به دست آورید.

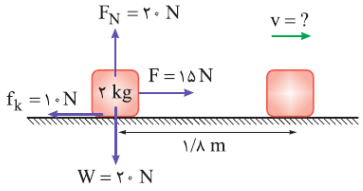
Box
- حاصل‌ضرب جرم یک جسم در سرعت آن را «تکانه» یا «اندازهٔ حرکت» می‌نامند و آن را با نماد $\vec{p}$ نشان می‌دهند.

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- تکانه یک کمیت برداری و هم‌جهت با بردار سرعت متحرک است و یکای آن در SI، $\frac{kg.m}{s}$ می‌باشد.

$$\Delta\vec{p} = \text{تغییر تکانه } (\frac{kg.m}{s}) \qquad \Delta\vec{p} = \vec{p}_۲ - \vec{p}_۱ = m\Delta\vec{v}$$

تشریحی **گام اول:** با استفاده از قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت را به دست می‌آوریم. برای این کار، ابتدا نیروی اصطکاک جنبشی را حساب می‌کنیم:



$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow[\mu_k = ۰/۵]{F_N = mg = ۲\times۱۰ = ۲۰\,N} f_k = ۰/۵(۲۰) = ۱۰\ N$$

$$a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{F - f_k}{m} = \frac{۱۵ - ۱۰}{۲} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵\ m/s^۲$$

گام دوم: به کمک رابطهٔ مستقل از زمان، سرعت و از آن‌جا تکانه را به دست می‌آوریم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \xrightarrow[\Delta x = ۱/۸\ m]{a = ۲/۵\ m/s^۲} v = \sqrt{۲\times۲/۵\times۱/۸} = \sqrt{۹} = ۳\ m/s$$

$$p = mv \xrightarrow[v = ۳\ m/s]{m = ۲\ kg} p = ۲(۳) = ۶\ \frac{kg.m}{s}$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۹

۶۴ جسمی روی سطح افقی در حال سکون قرار دارد. نیروی افقی F بر آن وارد می‌شود و به تدریج افزایش می‌یابد. وقتی اندازهٔ نیروی F به $12\ N$ می‌رسد، جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد. زمانی که اندازهٔ F به $14\ N$ می‌رسد، شتاب جسم $1\ m/s^2$ و به ازای $F = 16\ N$، شتاب جسم $1/5\ m/s^2$ می‌شود. ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح چند برابر ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح است؟

۱) $\frac{3}{10}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{5}{6}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

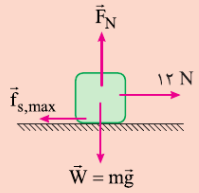
Box

نیروی اصطکاک

- ایستایی (f_s): نیروی اصطکاکی که وقتی دو جسم نسبت به هم ساکن هستند، بین آن‌ها ایجاد می‌شود و بیشینهٔ مقدار آن زمانی است که در آستانهٔ حرکت قرار گیرند: $f_{s,max} = \mu_s F_N$ (ضریب اصطکاک ایستایی)
- جنبشی (f_k): نیروی اصطکاکی که وقتی دو جسم نسبت به هم در حرکت باشند، بین آن‌ها ایجاد می‌شود و دارای مقدار ثابت $f_k = \mu_k F_N$ است. (μ_k: ضریب اصطکاک جنبشی)

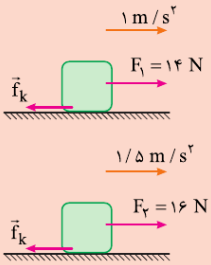
تشریحی ✔

گام اول: حالت آستانهٔ حرکت را بررسی می‌کنیم:



$$F_{net} = 0 \Rightarrow f_{s,max} = 12 \Rightarrow \mu_s F_N = 12 \Rightarrow \mu_s = \frac{12}{F_N}$$

گام دوم: حالت‌های شتاب‌دار را بررسی می‌کنیم:



$$\left.\begin{aligned} F_{net} = ma_1 &\Rightarrow F_1 - f_k = ma_1 \Rightarrow 14 - f_k = m \\ F'_{net} = ma_2 &\Rightarrow F_2 - f_k = ma_2 \Rightarrow 16 - f_k = 1/5\,m \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2 = 0/5\,m$$

$$\Rightarrow m = 4\ kg$$

$$14 - f_k = 4 \Rightarrow f_k = 10\,N$$

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow 10 = \mu_k \times F_N \Rightarrow \mu_k = \frac{10}{F_N}$$

$$\frac{\mu_k}{\mu_s} = \frac{\frac{10}{F_N}}{\frac{12}{F_N}} = \frac{5}{6}$$

کنکور

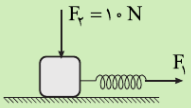
جسمی روی سطح افقی در حال سکون قرار دارد. نیروی افقی F بر آن وارد می‌شود و به تدریج افزایش می‌یابد. وقتی اندازهٔ نیروی F به $12\ N$ می‌رسد، جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد. زمانی که اندازهٔ F به $14\ N$ می‌رسد، شتاب جسم $1\ m/s^2$ و به ازای $F = 16\ N$، شتاب جسم $1/5\ m/s^2$ می‌شود. جرم جسم چند کیلوگرم است و ضریب اصطکاک جنبشی چه‌قدر است؟ $(g = 10\ m/s^2)$ (سؤال ۱۶۶ کنکور ریاضی مجد ۱۴۰۱)

۱) ۴ و ۰/۲۵ ۲) ۴ و ۰/۳ ۳) ۲ و ۰/۲۵ ۴) ۲ و ۰/۳

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۲۰

۶۵ در شکل زیر، جسمی به جرم $5\ kg$ توسط فنری افقی با شتاب ثابت به بزرگی $1/2\ m/s^2$ به صورت تندشونده روی سطح افقی کشیده می‌شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح $0/4$ و ثابت فنر $20\ N/cm$ باشد، طول فنر نسبت به حالت عادی خود چند سانتی‌متر افزایش می‌یابد؟ $(g = 10\ m/s^2)$

۱) ۱۵
۲) ۱۲
۳) ۱/۵
۴) ۱/۲



پاسخ: گزینهٔ ۳

Hint ابتدا F_N و سپس f_k را به دست آورید، سپس با داشتن شتاب $(a = 1/2\ m/s^2)$ و به کمک قانون دوم نیوتون $(F_{net} = ma)$، نیروی فنر (F_e) و در نهایت x را محاسبه کنید.

Box
- نیروی کشش فنر متناسب با تغییر طول فنر (نسبت به طول طبیعی‌اش) است و از رابطهٔ زیر که به قانون هوک معروف است، به دست می‌آید:

$F_e = -kx$

F_e = نیروی کشسانی فنر (N)

k = ثابت فنر (N/cm)

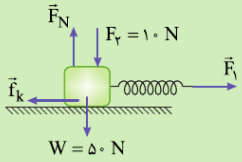
$x = \Delta L$ = تغییر طول فنر (cm)

- علامت منفی در رابطهٔ قانون هوک به این معنی است که $\vec{F}_e$ در خلاف جهت $\vec{x}$ است.

تشریحی **گام اول:** ابتدا F_N و f_k را محاسبه می‌کنیم:

f_k = نیروی اصطکاک جنبشی (N)

F_N = نیروی عمودی سطح (N)



$F_{net,y} = 0 \Rightarrow F_N = F_2 + W = 10 + 50 = 60\ N$

$\Rightarrow f_k = \mu_k F_N = (0/4)(60) = 24\ N$

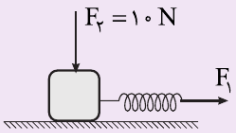
گام دوم: از قانون دوم نیوتون در راستای x داریم:

$F_{net,x} = ma_x \Rightarrow F_1 - f_k = ma \Rightarrow F_1 - 24 = 5(1/2) \Rightarrow F_1 = 30\ N$

$\Rightarrow kx = 30 \Rightarrow 20x = 30 \Rightarrow x = 1/5\ cm$

امتحان نهایی مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $4\ kg$ توسط فنری با سرعت ثابت روی سطح افقی کشیده می‌شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح $0/3$ و ثابت فنر $10\ N/cm$ باشد، طول فنر چند سانتی‌متر افزایش می‌یابد؟ $(g = 10\ m/s^2)$

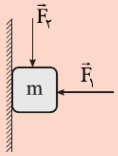
(سؤال ۶ ـ امتحان نهایی خرداد ریاضی ۱۴۰۴)



SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۲۱

۶۶ در شکل زیر، به جسم تکیه داده شده به دیوار قائم، نیروی افقی $\vec{F}_1$ و نیروی قائم $\vec{F}_2$ وارد شده و جسم در آستانهٔ حرکت است. اگر $F_1 = 2\,mg$ و $F_2 = \frac{1}{2}\,mg$ باشد، به ترتیب، بزرگی نیرویی که جسم به دیوار وارد می‌کند، چند برابر وزن جسم است و ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و دیوار چه‌قدر است؟ (m جرم جسم و g شتاب گرانش زمین است.)



۱) $\frac{1}{4}$ ، $\frac{3}{2}$
۲) $\frac{1}{4}$ ، $\frac{5}{2}$
۳) $\frac{3}{4}$ ، $\frac{3}{2}$
۴) $\frac{3}{4}$ ، $\frac{5}{2}$

پاسخ: گزینهٔ ۴

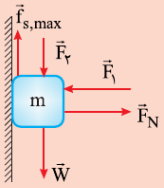
Hint نیروهای F_N و $f_{s,max}$ را برحسب mg محاسبه کرده و سپس نیروی واکنش سطح را از رابطهٔ $R = \sqrt{F_N^2 + f_{s,max}^2}$ به دست آورید.

در نهایت $\frac{R}{mg}$ و $\mu_s = \frac{f_{s,max}}{F_N}$ را محاسبه کنید.

Box دو نیروی اصطکاک $(\vec{f})$ و نیروی عمودی تکیه‌گاه $(\vec{F}_N)$ از طرف سطح بر جسم وارد می‌شوند که در واقع دو مؤلفه از نیروی $\vec{R}$ هستند:

نیروی واکنش سطح $R = \sqrt{F_N^2 + f^2}$

تشریحی ✔ **گام اول:** با توجه به آن‌که جسم در آستانهٔ حرکت است، اصطکاک $f_{s,max}$ بر آن اثر دارد:



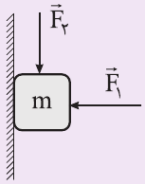
$$\begin{cases} F_{net,x} = 0 \Rightarrow F_N = F_1 = 2\,mg \quad (I) \\ F_{net,y} = 0 \Rightarrow f_{s,max} = F_2 + W = \frac{1}{2}\,mg + mg = \frac{3}{2}\,mg \quad (II) \end{cases}$$

گام دوم: با توجه به مقادیر F_N و $f_{s,max}$، خواسته‌های مسئله را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} R = \sqrt{f_{s,max}^2 + F_N^2} = \sqrt{(\frac{3}{2}mg)^2 + (2mg)^2} = \frac{5}{2}\,mg \Rightarrow \frac{R}{mg} = \frac{5}{2} \\ f_{s,max} = \mu_s F_N \Rightarrow \frac{3}{2}\,mg = \mu_s(2mg) \Rightarrow \mu_s = \frac{3}{4} \end{cases}$$

کنکور در شکل زیر، جسم با نیروی افقی F_1 و نیروی قائم F_2 در تماس با دیوار، به حالت سکون قرار دارد. اگر $F_1 = 2\,mg$ و $F_2 = \frac{1}{2}\,mg$ باشد، بزرگی نیرویی که جسم به دیوار وارد می‌کند، چند برابر وزن جسم است؟

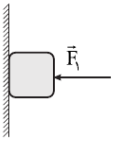
(سؤال ۱۹۳ کنکور تجربی مجدد ۱۴۰۱)



۱) ۲
۲) ۲/۵
۳) ۳
۴) ۳/۵

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۲۲

۶۷ در شکل زیر، اگر به جسم، نیروی افقی $\vec{F}_1$ وارد شود، جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد. پس از شروع حرکت، اگر به جسم نیروی افقی $\vec{F}_2$ وارد شود، جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند. اگر اندازهٔ نیرویی که دیوار قائم به جسم وارد می‌کند، در حالت اول و دوم به ترتیب R_1 و R_2 و زوایایی که این نیروها با نیروی وزن جسم می‌سازند، به ترتیب θ_1 و θ_2 باشد، کدام گزینه، درست است؟ (ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی دیوارهٔ قائم با جسم به ترتیب $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ است.)



۱) $R_1 = \sqrt{2}R_2, \theta_2 > \theta_1$

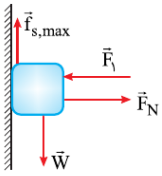
۲) $R_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}R_2, \theta_2 > \theta_1$

۳) $R_1 = \sqrt{2}R_2, \theta_1 > \theta_2$

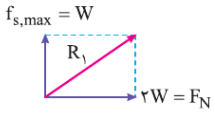
۴) $R_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}R_2, \theta_1 > \theta_2$

پاسخ: گزینهٔ ۴

شریحی ✔ **گام اول:** جسم در آستانهٔ حرکت به طرف پایین است:

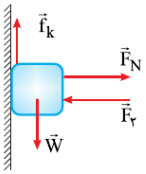


$$\begin{cases} F_{net,x} = 0 \Rightarrow F_N = F_1 \ (1) \\ F_{net,y} = 0 \Rightarrow f_{s,max} = W \Rightarrow \mu_s F_N = W \end{cases} \Rightarrow F_N = \frac{W}{\mu_s} = \frac{W}{\frac{1}{2}} = 2W \xrightarrow{(1)} F_1 = 2W$$

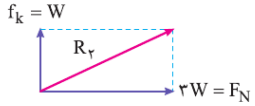


$$\Rightarrow R_1 = \sqrt{F_N^2 + f_{s,max}^2} = \sqrt{(2W)^2 + W^2} = \sqrt{5W^2} = W\sqrt{5}$$

گام دوم: جسم با سرعت ثابت پایین می‌آید:



$$\begin{cases} F_{net,x} = 0 \Rightarrow F_2 = F_N \\ F_{net,y} = 0 \Rightarrow f_k = W \end{cases} \Rightarrow \mu_k F_N = W \Rightarrow F_N = \frac{W}{\frac{1}{3}} = 3W$$

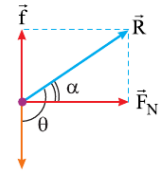


$$\Rightarrow R_2 = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{(3W)^2 + W^2} = W\sqrt{10}$$

گام سوم: نسبت $\frac{R_1}{R_2}$ را به راحتی محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{W\sqrt{5}}{W\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow R_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}R_2$$

R در حالت دوم (θ_2) با راستای قائم زاویهٔ بزرگ‌تری می‌سازد.



$$\frac{\tan\alpha_1}{\tan\alpha_2} = \frac{\frac{W}{2W}}{\frac{W}{3W}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha_1 > \alpha_2 \Rightarrow \alpha_1 + 90 > \alpha_2 + 90 \Rightarrow \theta_1 > \theta_2$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۲۳

۶۸ توپی را از سطح زمین در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر اندازهٔ شتاب توپ هنگام بالارفتن، ۲ برابر اندازهٔ شتاب آن هنگام پایین‌آمدن باشد، اندازهٔ نیروی مقاومت هوای وارد بر توپ، با فرض ثابت‌بودن، چند برابر وزن جسم است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ابتدا شتاب بالارفتن و پایین‌آمدن را برحسب نیروی مقاومت هوا و جرم جسم به دست آورید و با داشتن رابطهٔ $a_{down} = ۲a_{up}$، $\frac{f_D}{mg}$ را به دست آورید.

شریحی **گام اول:** ابتدا شتاب بالارفتن و پایین‌آمدن را به دست می‌آوریم:

بالارفتن: $a_{up} = \frac{mg + f_D}{m} = g + \frac{f_D}{m}$ (۱)

پایین‌آمدن: $a_{down} = \frac{mg - f_D}{m} = g - \frac{f_D}{m}$ (۲)

گام دوم: اکنون از ترکیب رابطه‌های به‌دست‌آمده می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow[(۱),(۲)]{a_{up}=۲a_{down}} g + \frac{f_D}{m} = ۲g - \frac{۲f_D}{m} \Rightarrow \frac{۳f_D}{m} = g \Rightarrow f_D = \frac{۱}{۳}mg$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۲۴

۶۹ فنری به ثابت $50\ N/m$ و طول $30\ cm$ را از نقطه‌ای آویزان می‌کنیم. جسمی به جرم $400\ g$ را به سر دیگر فنر بسته و رها می‌کنیم. در لحظه‌ای که طول فنر به $42\ cm$ می‌رسد، شتاب جسم چند متر بر مربع ثانیه و در چه جهتی است؟ $(g = 10\ N/kg)$

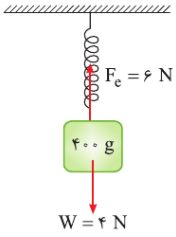
۱) ۵، به سمت بالا
۲) ۵، به سمت پایین
۳) ۱۵، به سمت بالا
۴) ۱۵، به سمت پایین

پاسخ: گزینهٔ ۱

Hint با توجه به قانون دوم نیوتون $(F_{net} = ma)$ و محاسبهٔ نیروی فنر و وزن، مقدار و جهت شتاب جسم را به دست آورید.

Box **محیط کشسان**: محیط‌هایی مانند فنر و آب هستند که کوچک‌ترین تغییر شکلی در آن‌ها باعث می‌شود نیروهای بازگرداننده‌ای ایجاد شود که تمایل به برگشتن محیط به وضعیت اولیه را دارند.

تشریحی ✔ با توجه به توضیحات سؤال و شکل زیر، قانون دوم نیوتون را می‌نویسیم:



$$\begin{cases} F_e = kx \xrightarrow[k=۵۰\ N/m]{x=\Delta L=۴۲-۳۰=۱۲cm=۰/۱۲\ m} F_e = ۵۰(۰/۱۲) = ۶\ N \\ W = mg = ۰/۴ \times ۱۰ = ۴\ N \end{cases}$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow F_e - W = ma \Rightarrow ۶ - ۴ = ۰/۴a$$

$$\Rightarrow ۲ = ۰/۴a \Rightarrow a = ۵\ m/s^۲ \uparrow \text{بالا}$$

چون جهت نیروی خالص $(\vec{F}_{net})$ رو به بالاست، شتاب نیز رو به بالا است.

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۲۵

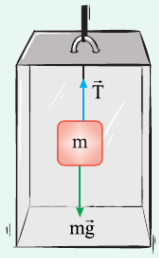
۷۰ جسمی به جرم $5\ kg$ توسط یک ریسمان به سقف آسانسوری بسته شده و آسانسور با شتاب ثابتی به بزرگی $2\ m/s^2$ و به صورت کندشونده به سمت پایین در حال حرکت است. اگر کابل آسانسور پاره شده و آسانسور سقوط آزاد کند، نیروی کشش ریسمان چند نیوتون تغییر می‌کند؟ $(g = 10\ m/s^2)$

۱) ۶۰ ۲) ۵۰ ۳) ۴۰ ۴) ۱۰

پاسخ: گزینهٔ ۱

Box

اگر جسمی به جرم m توسط یک ریسمان از سقف آسانسوری آویخته شده و آسانسور با شتاب ثابتی به بزرگی a در راستای قائم حرکت نماید، با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:



$$\vec{F}_{net} = m\vec{a}$$
$$\Rightarrow T - mg = ma$$
$$\Rightarrow T = m(g+a)$$

تند شونده $\begin{cases} \downarrow v<0 \\ \downarrow a<0 \end{cases}$ شتاب رو به پایین $\begin{cases} \uparrow v>0 \\ \downarrow a<0 \end{cases}$ کند شونده

یکنواخت $\begin{cases} \downarrow a=0 \end{cases}$ $\begin{cases} a=0 \end{cases}$ یکنواخت

کند شونده $\begin{cases} \downarrow v<0 \\ \uparrow a>0 \end{cases}$ شتاب رو به بالا $\begin{cases} \uparrow v>0 \\ \uparrow a>0 \end{cases}$ تند شونده

تشریحی ✔

گام اول: نیروی کشش ریسمان را در حالتی که با شتاب $2\ m/s^2$ به صورت کندشونده رو به پایین می‌آید، به دست می‌آوریم:

$$T = m(g+a) \xrightarrow[a=2\ m/s^2]{m=5kg,\ g=10\ m/s^2} T = 5(10+2) = 60\ N$$

گام دوم: نیروی کشش ریسمان را در حالتی که کابل آسانسور پاره شده است، به دست می‌آوریم. در این حالت $a = -g$ بوده و نیروی کشش نخ به صفر می‌رسد.

$$T' = m(g+a) \xrightarrow[m=5kg]{a=-g} T = 0$$

بنابراین تغییر نیروی کشش ریسمان بین دو حالت برابر است با:

$$T - T' = 60 - 0 = 60\ N$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۲۶

۷۱ اگر جرم گلوله‌ای برابر ۲۰ g و اندازهٔ تکانهٔ آن برابر ۸۰۰ $\frac{g.m}{s}$ باشد، انرژی جنبشی گلوله چند ژول است؟

۱) ۳۲ ۲) ۱۶ ۳) ۳/۲ ۴) ۱/۶

پاسخ: گزینهٔ ۲

Box با توجه به روابط تکانه و انرژی جنبشی داریم:

$$\begin{cases} p = mv \\ K = \frac{1}{2}mv^2 \end{cases} \Rightarrow K = \frac{(mv)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$$

تشریحی ✔ با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال و رابطهٔ تکانه و انرژی جنبشی، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} m = 20\,g = 20\times10^{-3}\,kg \\ p = 800\,g.m/s = 800\times10^{-3}\,\frac{kg.m}{s} \\ K = ?\,(J) \end{cases}$$

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{800\times800\times10^{-6}}{2\times20\times10^{-3}} = 16\,J$$

امتحان نهایی اندازهٔ تکانهٔ یک گلوله برابر ۰/۰۵ $\frac{kg.m}{s}$ است. اگر جرم گلوله برابر ۱۰ g باشد، انرژی جنبشی آن چند ژول است؟

(سؤال ۱۰ ـ امتحان نهایی شهریور تجربی ۱۴۰۴)

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۲۷

۷۲ معادلهٔ تکانه ـ زمان متحرکی در SI به صورت $p = ۲t^۲ - ۵t + ۱$ است. نیروی خالص متوسط وارد بر متحرک در ۲ ثانیهٔ دوم چند نیوتون است؟

۱) $۱۴\vec{i}$ ۲) $-۱۴\vec{i}$ ۳) $۷\vec{i}$ ۴) $-۷\vec{i}$

پاسخ: گزینهٔ ۳

Box

نیروی خالص متوسط وارد بر جسم، برابر آهنگ تغییرات تکانهٔ وارد بر جسم است:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

تشریحی

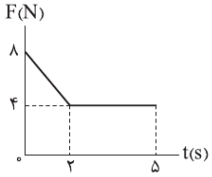
۲ ثانیهٔ دوم یعنی از $t_۱ = ۲\,s$ تا $t_۲ = ۴\,s$. تکانهٔ جسم در این بازهٔ زمانی را از معادلهٔ داده‌شده به دست می‌آوریم:

$$\text{۲ ثانیهٔ دوم} \begin{cases} p = ۲t^۲ - ۵t + ۱ \\ t_۱ = ۲\,s \Rightarrow p_۱ = ۲(۲)^۲ - ۵(۲) + ۱ = -۱ \\ t_۲ = ۴\,s \Rightarrow p_۲ = ۲(۴)^۲ - ۵(۴) + ۱ = ۱۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_۲ - p_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۱۳ - (-۱)}{۴ - ۲} = \frac{۱۴}{۲} = ۷ \Rightarrow \vec{F}_{av} = (۷\,N)\vec{i}$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۲۸

۷۳ نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی برحسب زمان به شکل زیر است. اگر جهت حرکت جسم در لحظهٔ $t = ۴\ s$ تغییر کند، تکانهٔ جسم در مبدأ زمان در SI کدام است؟



۱) $۲۰\vec{i}$

۲) $-۲۰\vec{i}$

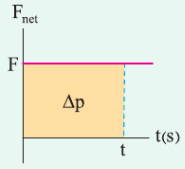
۳) $۲۴\vec{i}$

۴) $-۲۴\vec{i}$

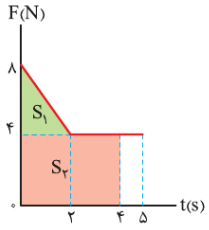
پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint ابتدا سطح زیر نمودار تا لحظهٔ $t = ۴\ s$ را به دست آورید $(\Delta p_{(۰\to ۴)})$ و سپس با داشتن $p_{۴\,s} = ۰$، تکانهٔ جسم در مبدأ زمان را حساب کنید.

Box سطح زیر نمودار نیروی خالص ـ زمان، برابر تغییرات تکانه است.



تشریحی سطح زیر نمودار تا لحظهٔ $t = ۴\ s$ را به دست می‌آوریم، چون در لحظهٔ $t = ۴\ s$ جهت حرکت تغییر کرده است، یعنی سرعت در این لحظه، صفر بوده و تکانه نیز برابر صفر است.



$$\Delta p = S_۱ + S_۲ = \frac{۱}{۲}(۲)(۴) + ۴(۴) = ۲۰\ \frac{kg.m}{s}$$

$$p_{۴\,s} - p_۰ = ۲۰ \xrightarrow{p_{۴\,s}=۰} p_۰ = -۲۰\ \frac{kg.m}{s} \Rightarrow \vec{p}_۰ = (-۲۰\frac{kg.m}{s})\vec{i}$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۲۹

۷۴ اگر ماهواره‌ای از ارتفاع ۱۶۰۰کیلومتری سطح زمین به ارتفاع ۳۶۰۰کیلومتری سطح زمین منتقل شود، وزن آن چند درصد تغییر می‌کند؟ (شعاع کرهٔ زمین $6400\ km$ است.)

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۳۶ ۴) ۵۶ / ۲۵

پاسخ: گزینهٔ ۳

Box

نیروی گرانشی (وزن) که از طرف زمین بر هر جسم در ارتفاع h از سطح زمین وارد می‌شود، برابر است با:

$$W = G\frac{M_e m}{(R_e + h)^2}$$

(وزن (N) ← W، G: ثابت جهانی گرانش، M_e: جرم زمین (kg)، m: جرم جسم (kg)، h: فاصله از سطح زمین (m)، R_e: شعاع زمین (m))

$$G = 6/67\times10^{-11}\ \frac{N.m^2}{kg^2}$$

تشریحی

با توجه به رابطهٔ وزن $(W = G\frac{M_e m}{(R_e+h)^2})$ می‌توان نوشت:

$$\frac{W_2}{W_1} = \left(\frac{R_e + h_1}{R_e + h_2}\right)^2 = \left(\frac{6400+1600}{6400+3600}\right)^2 = \left(\frac{8000}{10000}\right)^2 = 0/64$$

اکنون درصد تغییرات نیروی وزن را به دست می‌آوریم:

$$\frac{W_2 - W_1}{W_1}\times100 = \frac{-0/64W_1 - W_1}{W_1}\times100 = \frac{-0/36\,W_1}{W_1}\times100 = -\%36 \Rightarrow$$

۳۶ درصد کاهش می‌یابد.

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۳۰

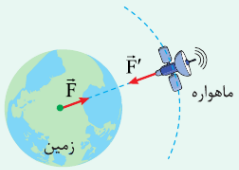
۷۵ جرم زمین و ماه به ترتیب $6\times10^{24}\ kg$ و $7/2\times10^{22}\ kg$ است. در حالتی که فاصلهٔ مرکز ماه و مرکز زمین $4\times10^{5}\ km$ باشد، اندازهٔ نیروی گرانشی که زمین و ماه به هم وارد می‌کنند، تقریباً چند نیوتون است؟ $(G=6/67\times10^{-11}\ \frac{N.m^2}{kg^2})$

۱) $1/8\times10^{14}$
۲) $1/8\times10^{20}$
۳) $7/2\times10^{14}$
۴) $7/2\times10^{20}$

پاسخ: گزینهٔ ۲

Hint با جای‌گذاری صحیح مقادیر در رابطهٔ $F=G\frac{m_1m_2}{r^2}$، نیروی گرانشی بین ماه و زمین را به دست آورید.

Box طبق قانون سوم نیوتون، نیروی گرانشی بین هر ۲ جسم، هم‌اندازه و در خلاف جهت یکدیگرند.



$$F=F'$$
$$\vec{F}=-\vec{F}'$$

قانون گرانش عمومی نیوتون

نیروی گرانشی میان دو ذره، با حاصل‌ضرب جرم دو ذره نسبت مستقیم و با مربع فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر نسبت وارون دارد.

$$F=G\frac{m_1m_2}{r^2}$$
$$F=F_{12}=F_{21}$$

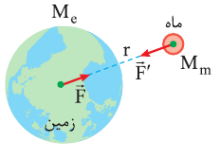
$F=$ بزرگی نیروی گرانشی میان دو ذره (N)

$G=$ ثابت گرانش عمومی $=6/67\times10^{-11}(\frac{N.m^2}{kg^2})$

m_1 و $m_2=$ جرم‌های دو ذره (kg)

$r=$ فاصلهٔ دو ذره از یکدیگر (m)

تشریحی طبق رابطهٔ گرانش عمومی $F=G\frac{m_1m_2}{r^2}$ می‌توان نوشت:



$$F=G\frac{M_eM_m}{r^2}=6/67\times10^{-11}\times\frac{6\times10^{24}\times7/2\times10^{22}}{16\times10^{16}}\simeq1/8\times10^{20}\ N$$

نوسان هماهنگ ساده؛ حرکت، نیرو، انرژی و سرعت

فرمول‌های ۸۱، ۸۲، ۸۴ تا ۸۹ و ۹۲

۸۱ معادلهٔ مکان-زمان

$$x = A\cos(\omega t)$$

۸۲ بسامد زاویه‌ای

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

۸۴ بسامد زاویه‌ای سامانهٔ جرم-فنر

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

۸۵ بسامد زاویه‌ای آونگ ساده

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

۸۶ معادلهٔ شتاب-مکان

$$a = -x\omega^2$$

۸۷ شتاب بیشینه

$$a_{max} = A\omega^2$$

۸۸ رابطهٔ نیرو و تغییر مکان

$$F = ma$$

$$|F| = |-x\omega^2 m|$$

۸۹ بیشینهٔ نیرو

$$F_{max} = -A\omega^2 m$$

۹۲ بیشینهٔ تندی

$$v_{max} = A\omega$$

T دوره (s)	ω بسامد زاویه‌ای (rad/s)	A دامنه (m)	x مکان (m)
■ طول آونگ (m)	m جرم (kg)	k ثابت فنر (N/m)	f بسامد (Hz)
E انرژی (J)	F نیرو (N)	a شتاب (m/s²)	g شتاب گرانش (m/s²)

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

نوسان هماهنگ ساده؛ حرکت، نیرو، انرژی و سرعت

ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۸۱، ۸۲، ۸۴ تا ۸۹ و ۹۲

تست آسان — سؤال شماره ۱ جزوه

۴۸- نوسانگری روی سطح افقی بدون اصطکاک، روی پاره‌خطی به طول $5\,cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر تندی نوسانگر در نقطهٔ تعادل $0/5\,m/s$ باشد، بزرگی شتاب نوسانگر در لحظه‌ای که جهت حرکت آن تغییر می‌کند، چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۵۰ ۴) ۱۰۰

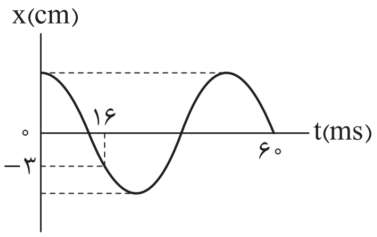
تست متوسط — سؤال شماره ۲ جزوه

۴۶- نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در هر دقیقه، ۱۰ مرتبه طول پاره‌خط نوسان را طی می‌کند. اگر مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در این مدت $2\,m$ باشد، در یک بازهٔ زمانی دلخواه ۲ ثانیه‌ای، بیشترین جابه‌جایی نوسانگر چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۰ ۲) $10\sqrt{2}$ ۳) $10\sqrt{3}$ ۴) ۲۰

تست دشوار — سؤال شماره ۳ جزوه

۴۷- نمودار مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به شکل زیر است. در لحظهٔ $t = 52\,ms$ فاصلهٔ این نوسانگر از نقطهٔ تعادل خود چند سانتی‌متر است؟



۱) ۳
۲) $3\sqrt{2}$
۳) $3\sqrt{3}$
۴) ۶

نوسان هماهنگ ساده؛ حرکت، نیرو، انرژی و سرعت

ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۸۱، ۸۲، ۸۴ تا ۸۹ و ۹۲

✓ تست آسان

سؤال شماره ۴ جزوه

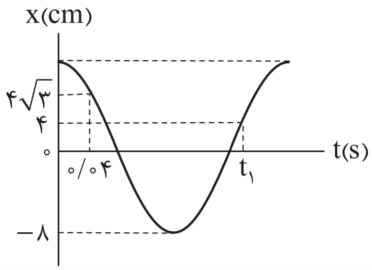
۵۱- طول آونگ ساده‌ای $80\,cm$ و دامنهٔ نوسان‌های آن $2\,cm$ است. بزرگی بیشینهٔ نیروی خالص وارد بر گلولهٔ این آونگ چند برابر وزن آن است؟

۱) $\frac{1}{10}$ ۲) $\frac{1}{20}$ ۳) $\frac{1}{40}$ ۴) $\frac{1}{80}$

■ تست متوسط

سؤال شماره ۵ جزوه

۶۹- نمودار مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای که در راستای محور x نوسان می‌کند، به شکل زیر است. تندی متوسط این نوسانگر در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

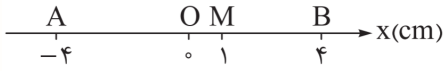


۱) ۱۰
۲) ۵۰
۳) ۷۰
۴) ۸۵

■ تست دشوار

سؤال شماره ۶ جزوه

۷۰- در شکل زیر، نوسانگری به جرم $100\,g$ روی پاره‌خط AB حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر نوسانگر در هر دقیقه ۳۰۰ مرتبه طول پاره‌خط AB را طی کند، نیروی خالص وارد بر آن در نقطهٔ M برحسب نیوتون کدام است؟ $(\pi^2 = 10)$



۱) $0/25\,\vec{i}$
۲) $-0/25\,\vec{i}$
۳) $\vec{i}$
۴) $-\vec{i}$

انرژی مکانیکی در نوسان هماهنگ ساده

فرمول‌های ۹۰ و ۹۱

۹۰ انرژی مکانیکی

$$E = K + U = K_{max} + U_{max}$$

۹۱ روابط انرژی مکانیکی

$$E = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$
$$E = \frac{1}{2}kA^2$$
$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = 2\pi^2 f^2 A^2 m$$

U انرژی پتانسیل	K انرژی جنبشی	E انرژی مکانیکی
ω بسامد زاویه‌ای (rad/s)	A دامنه (m)	v تندی (m/s)

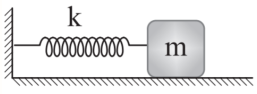
✓ تست آسان — سؤال شماره ۷ جزوه

۵۰- در بازه‌ای که تندی یک نوسانگر هماهنگ ساده از $۲\,m/s$ به $۴\,m/s$ می‌رسد، انرژی پتانسیل آن نصف می‌شود. بیشینهٔ تندی نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

۱) $\sqrt{۷}$ ۲) $۲\sqrt{۷}$ ۳) ۵ ۴) ۱۰

■ تست متوسط — سؤال شماره ۸ جزوه

۷۲- در شکل زیر، بیشینه و کمینهٔ طول فنر در حین نوسانِ جسم متصل به آن روی سطح افقی بدون اصطکاک، به ترتیب $۲۴\,cm$ و $۳۲\,cm$ است. اگر در لحظه‌ای که طول فنر به $۲۸\,cm$ می‌رسد، انرژی جنبشی جسم $۲۰۰\,mJ$ باشد، ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟



۱) ۵۰۰ ۲) ۲۵۰ ۳) ۵۰ ۴) ۲۵

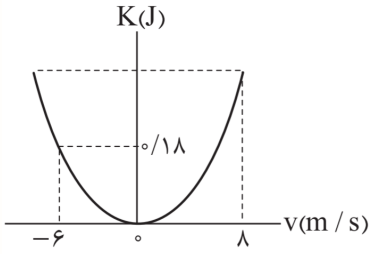
انرژی مکانیکی در نوسان هماهنگ ساده

ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۹۰ و ۹۱

تست دشوار

سؤال شماره ۹ جزوه

۴۹- نمودار انرژی جنبشی ـ سرعت یک نوسانگر هماهنگ ساده به شکل زیر است. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر $0/08\,J$ است، تندی آن چند متر بر ثانیه است؟



۱) $2\sqrt{3}$

۲) ۴

۳) $4\sqrt{3}$

۴) ۸

تست آسان

سؤال شماره ۱۰ جزوه

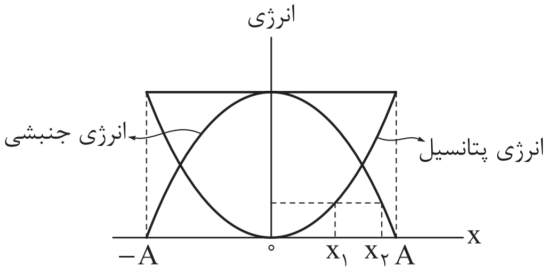
۷۳- انرژی مکانیکی نوسانگر هماهنگ ساده‌ای $0/1\,J$ و اندازهٔ بیشینهٔ نیروی خالص وارد بر آن $5\,N$ است. مسافتی که نوسانگر در هر دورهٔ تناوب طی می‌کند، چند سانتی‌متر است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۳۲

تست متوسط

سؤال شماره ۱۱ جزوه

۷۴- نمودار انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل نوسانگر هماهنگ ساده‌ای برحسب مکان آن به شکل زیر است. اگر تندی نوسانگر در مکان‌های x_1 و x_2 به ترتیب $1/2\,m/s$ و $0/5\,m/s$ باشد، تندی نوسانگر در مبدأ مکان چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱/۳

۲) ۱/۵

۳) ۱/۷

۴) ۱/۹

انرژی مکانیکی در نوسان هماهنگ ساده

ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۹۰ و ۹۱

تست دشوار

سؤال شماره ۱۲ جزوه

۷۵- اختلاف طول دو آونگ سادهٔ A و B برابر ۴۵ cm است. اگر در مدتی که آونگ A ، ۵ نوسان انجام می‌دهد، تعداد نوسان‌های آونگ B برابر ۴ باشد، طول آونگ A برابر چند سانتی‌متر است؟

۱) ۸۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۱۲۵ ۴) ۲۲۵

انتشار موج و موج‌های الکترومغناطیسی

فرمول‌های ۹۳ تا ۹۷

۹۳ تندی انتشار موج

$$v = \lambda f = \frac{\lambda}{T}$$

۹۴ تندی انتشار موج در تار یا فنر

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

۹۵ آهنگ متوسط انرژی موج سینوسی

$$\bar{P} \propto A^2 f^2$$

۹۶ سرعت موج الکترومغناطیسی در خلأ

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = 3 \times 10^8 \ \text{m/s}$$

۹۷ طول موج الکترومغناطیسی در خلأ

$$c = \lambda f \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{c}{f}$$

F کشش تار (N)	f بسامد (Hz)	λ طول موج (m)	v تندی موج (m/s)
c تندی نور (m/s)	A دامنه یا سطح (m یا m²)	ρ چگالی (kg/m³)	μ چگالی خطی (kg/m)

✓ تست آسان

سؤال شماره ۱۳ جزوه

۵۲- در یک تشت موج، بسامد موج تخت تشکیل‌شده بر سطح آب برابر ۲ Hz است. اگر با ورود موج از ناحیهٔ کم‌عمق به ناحیهٔ عمیق، تندی انتشار آن ۰/۲ m/s تغییر کند، طول موج آن چند سانتی‌متر و چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۱۰، کاهش می‌یابد. ۲) ۱۰، افزایش می‌یابد. ۳) ۴۰، کاهش می‌یابد. ۴) ۴۰، افزایش می‌یابد.

■ تست متوسط

سؤال شماره ۱۴ جزوه

۵۳- نیروی کشش یک تار ۶۰ N است و هنگامی که با بسامد ۲۵۰ Hz به ارتعاش درمی‌آید، طول موج در آن ۲۰ cm می‌شود. اگر چگالی تار ۸ g/cm³ باشد، قطر مقطع آن چند میلی‌متر است؟ (π = ۳)

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

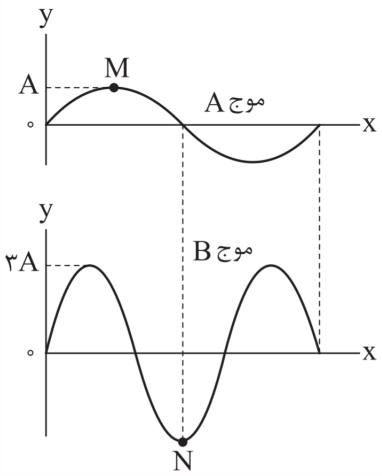
انتشار موج و موج‌های الکترومغناطیسی

ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۹۳ تا ۹۷

تست دشوار

سؤال شماره ۱۵ جزوه

۵۴- در شکل زیر، دو موج عرضی **A** و **B** در دو طناب متفاوت منتشر می‌شوند. اگر تندی انتشار موج **A**، ۲ برابر تندی انتشار موج **B** باشد، بیشینهٔ تندی ذرهٔ **M** چند برابر بیشینهٔ تندی ذرهٔ **N** است؟



۱) $\frac{۳}{۴}$

۲) $\frac{۱}{۴}$

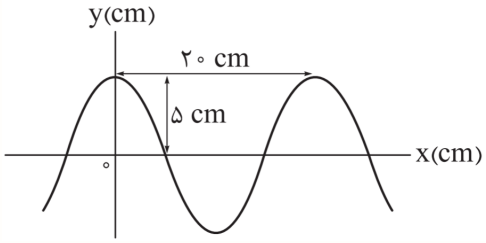
۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) $\frac{۴}{۹}$

تست آسان

سؤال شماره ۱۶ جزوه

۵۵- نمودار جابه‌جایی ـ مکان یک موج عرضی که در یک ریسمان در حال انتشار است، مطابق شکل زیر است. اگر تندی انتشار موج $۱۰\,m/s$ باشد، تندی متوسط هر یک از ذرات ریسمان در مدت $۰/۰۱s$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲۰

۲) ۱۵

۳) ۱۰

۴) ۵

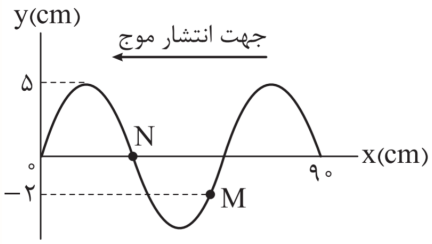
انتشار موج و موج‌های الکترومغناطیسی

ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۹۳ تا ۹۷

تست متوسط

سؤال شماره ۱۷ جزوه

۵۶- تصویر یک موج عرضی که در طنابی در حال انتشار است، در لحظهٔ $t = ۰$ به شکل زیر است. اگر تندی متوسط ذرهٔ M از طناب در مدتی که موج $۳۰\,cm$ در محیط پیشروی می‌کند، برابر $۰/۵\,m/s$ باشد، شتاب ذرهٔ N از طناب در لحظهٔ $t = ۰/۴۵\,s$ در SI کدام است؟ $(\pi^۲ \simeq ۱۰)$



۱) $-۵\sqrt{۲}\,\vec{j}$

۲) $+۵\sqrt{۲}\,\vec{j}$

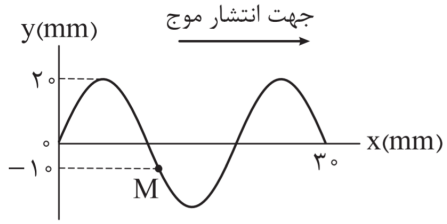
۳) $-\frac{۲۵}{۴}\sqrt{۲}\,\vec{j}$

۴) $+\frac{۲۵}{۴}\sqrt{۲}\,\vec{j}$

تست دشوار

سؤال شماره ۱۸ جزوه

۴۸- نقش موج عرضی منتشرشده در تاری در مبدأ زمان به شکل زیر است. اگر اندازهٔ نیروی کشش تار ۸N، و چگالی خطی جرم تار $۲۰\,g/m$ باشد، در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰/۲۵\,ms$ تا $t_۲ = ۰/۵\,ms$ نوع حرکت نقطهٔ M چگونه است؟



۱) ابتدا کندشونده، سپس تندشونده

۲) ابتدا تندشونده، سپس کندشونده

۳) پیوسته کندشونده

۴) پیوسته تندشونده

شدت و تراز شدت صوت

فرمول‌های ۹۸، ۹۹ و ۱۰۰

۹۸ شدت صوت مقایسه‌ای

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2 f_2 r_1}{A_1 f_1 r_2}\right)^2$$

۹۹ تراز شدت صوت

$$\beta = 10\log\frac{I}{I_0}$$
$$I_0 = 10^{-12}\ \mathrm{W/m^2}$$

۱۰۰ اختلاف تراز شدت صوت

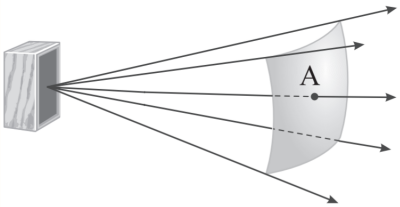
$$\beta_2 + \beta_1 = 10\log\frac{I_2}{I_1}$$

f بسامد (Hz)	A دامنه (m)	I شدت صوت (W/m^2)
I_0 شدت مبنا (W/m^2)	β تراز شدت (dB)	r فاصله (m)

تست آسان

سؤال شماره ۱۹ جزوه

۵۸- در شکل زیر موج صوتی ایجادشده توسط یک چشمهٔ صوتی با شدت $۳\times۱۰^{-۵}\ \mathrm{W/m^۲}$ از صفحهٔ فرضی عمود بر جهت انتشار مشخص‌شده، می‌گذرد. اگر مساحت این صفحه $A = ۴\ \mathrm{m^۲}$ باشد، انرژی امواج صوتی‌ای که در مدت $۱\ \mathrm{min}$ از صفحه می‌گذرد، چند میلی‌ژول است؟



۱) ۱۲۰
۲) ۷۲
۳) ۱۲
۴) ۷/۲

تست متوسط

سؤال شماره ۲۰ جزوه

۵۹- شنونده‌ای از فاصلهٔ ۶۴۰ متری یک چشمهٔ صوت به فاصلهٔ ۱۶۰ متری آن می‌رود. تراز شدت صوتی که می‌شنود چند دسی‌بل افزایش می‌یابد؟ $(\log ۲ = ۰/۳)$

۱) ۰/۶ ۲) ۱/۲ ۳) ۶ ۴) ۱۲

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

شدت و تراز شدت صوت

ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۹۸، ۹۹ و ۱۰۰

تست دشوار

سؤال شماره ۲۱ جزوه

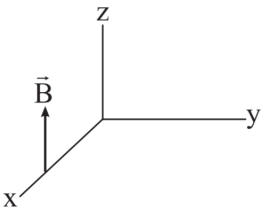
۶۰- شنوندهٔ A در فاصلهٔ ۲۰متری از یک چشمهٔ صوت قرار دارد. در این فاصله ۱۲ درصد از انرژی صوت توسط محیط جذب شده و شنوندهٔ A صوت حاصل را با بلندی ۸۰dB دریافت می‌کند. اگر شنوندهٔ B در فاصلهٔ ۵۰متری از همین چشمه، صوت را با بلندی ۷۰dB دریافت کند، چند درصد انرژی صوت در طی فاصلهٔ چشمه تا شنوندهٔ B، توسط محیط جذب شده است؟ $(I_0 = 10^{-12}\ W/m^2, \pi = 3)$

۱) ۳۷/۵ ۲) ۴۵ ۳) ۵۵ ۴) ۶۲/۵

تست آسان

سؤال شماره ۲۲ جزوه

۴۹- شکل زیر، میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی سینوسی با بسامد ۱۰۰ MHz را در نقطه‌ای معین و دور از چشمه، در یک لحظه نشان می‌دهد. اگر موج، انرژی را در خلاف جهت محور x انتقال دهد، جهت میدان الکتریکی این موج در همین نقطه و پس از گذشت ۵ ns کدام است؟



۱) جهت مثبت محور z
۲) خلاف جهت محور z
۳) جهت مثبت محور y
۴) خلاف جهت محور y

تست متوسط

سؤال شماره ۲۳ جزوه

۵۰- توان یک چشمهٔ صوت ۰/۶ W است. اگر در یک فضای باز شنونده‌ای در فاصلهٔ ۲۰ m از چشمه، صوت را با تراز ۸۰ dB دریافت کند، چند درصد از توان چشمه توسط محیط جذب شده است؟ $(\pi = 3, I_0 = 10^{-12}\ W/m^2)$

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

شدت و تراز شدت صوت

ادامهٔ تست‌های فرمول‌های ۹۸، ۹۹ و ۱۰۰

تست دشوار

سؤال شماره ۲۴ جزوه

۵۱- اگر شدت صوتی $۱۰^{-۳}\mu W/m^۲$ افزایش یابد، تراز شدت آن $۱dB$ افزایش می‌یابد. شدت صوت اولیه چند وات بر متر مربع است؟ $(\log ۲ = ۰/۳ , I_۰ = ۱۰^{-۱۲} W/m^۲)$

۱) ۴×۱۰^{-۳} ۲) ۵×۱۰^{-۳} ۳) ۴×۱۰^{-۹} ۴) ۵×۱۰^{-۹}

شکست موج

فرمول ۱۰۱

۱۰۱ قانون شکست عمومی

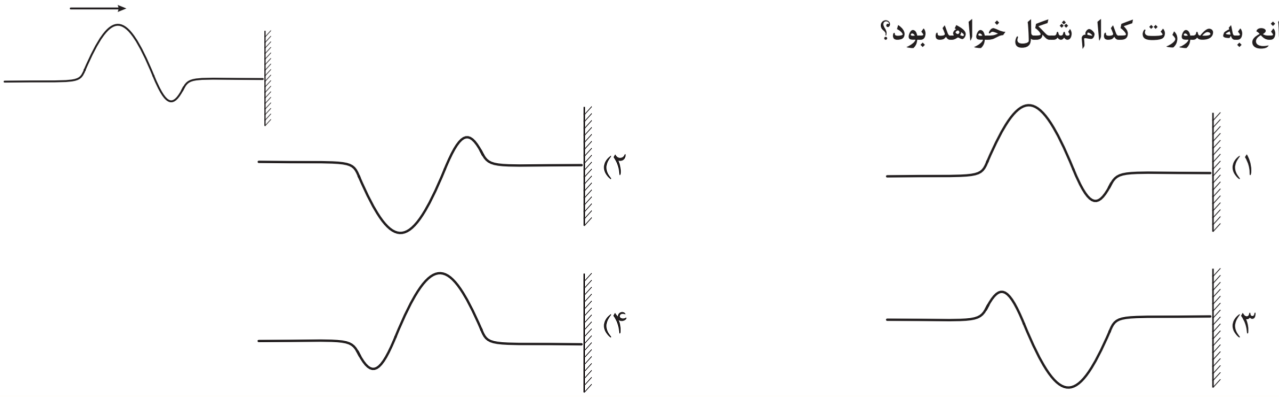
$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

n ضریب شکست | λ طول موج (m) | v تندی موج (m/s) | θ زاویهٔ شکست

✓ تست آسان

سؤال شماره ۲۵ جزوه

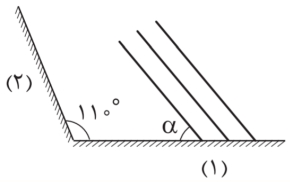
۵۲- در شکل زیر، یک تپ در طناب کشیده‌شده‌ای که انتهای آن ثابت است، در حال پیشروی است. تپ بازتاب‌شده از مانع به صورت کدام شکل خواهد بود؟



■ تست متوسط

سؤال شماره ۲۶ جزوه

۵۴- در شکل زیر، جبهه‌های موج تختی با زاویهٔ α به آینهٔ (۱) تابیده است. اگر جبهه‌های موج پس از بازتاب از آینهٔ (۲)، موازی آینهٔ (۱) باشند، α چند درجه است؟



۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۷۰

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

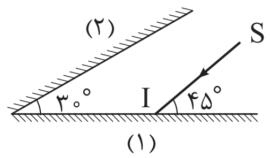
شکست موج

ادامهٔ تست‌های فرمول ۱۰۱

تست دشوار

سؤال شماره ۲۷ جزوه

۵۵- در شکل زیر، پرتو SI به آینهٔ (۱) می‌تابد. پرتو نهایی بازتاب‌شده از آینه‌ها با پرتو SI زاویهٔ چند درجه می‌سازد؟ (طول آینه‌ها به اندازهٔ کافی بلند است.)

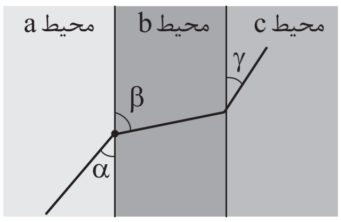


۱) ۹۰
۲) ۱۲۰
۳) ۱۳۵
۴) ۱۵۰

تست آسان

سؤال شماره ۲۸ جزوه

۵۹- در شکل زیر جبههٔ موجی با عبور از محیط اولیهٔ a، از طریق محیط b، وارد محیط c شده است. کدام مورد دربارهٔ این موج درست است؟ $(\beta > \alpha > \gamma)$

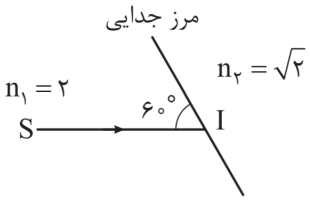


۱) بسامد موج در محیط a بیشتر از بسامد آن در محیط b است.
۲) دورهٔ موج در محیط b بیشتر از دورهٔ آن در محیط c است.
۳) تندی انتشار موج در محیط a بیشتر از تندی انتشار آن در محیط b است.
۴) طول موج در محیط b بیشتر از طول موج آن در محیط c است.

تست متوسط

سؤال شماره ۲۹ جزوه

۶۰- در شکل زیر، پرتو نور SI از محیط (۱) به محیط (۲) می‌تابد. پرتو نور ورودی به محیط (۲) نسبت به پرتو SI، چند درجه و در چه جهتی منحرف می‌شود؟



۱) ۱۵، ساعتگرد
۲) ۱۵، پادساعتگرد
۳) ۳۰، ساعتگرد
۴) ۳۰، پادساعتگرد

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

شکست موج

ادامهٔ تست‌های فرمول ۱۰۱

تست دشوار

سؤال شماره ۳۰ جزوه

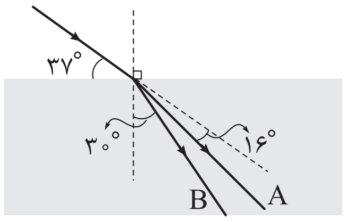
۶۱- تندی انتشار موج در محیط (۲)، $\sqrt{۳}$ برابر تندی انتشار موج در محیط (۱) است. جبهه‌های موج تختی از محیط (۱) به محیط (۲) می‌تابند. بخشی از جبهه‌های موج وارد محیط (۲) شده و بخشی از آن‌ها بازتاب می‌شوند. اگر جبهه‌های موج شکست‌یافته، بر جبهه‌های موج بازتابیده عمود باشند، زاویهٔ بین راستای جبهه‌های موج شکست‌یافته با راستای جبهه‌های موج تابیده چند درجه است؟ (مرز بین دو محیط، یک سطح صاف است.)

۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰

تست آسان

سؤال شماره ۳۱ جزوه

۶۲- در شکل زیر باریکهٔ نوری متشکل از دو پرتو نور تک رنگ A و B از هوا بر تیغهٔ تختی می‌تابد. ضریب شکست این تیغه برای نور A چند برابر ضریب شکست آن برای نور B است؟ $(\sin ۵۳^\circ = ۰/۸)$



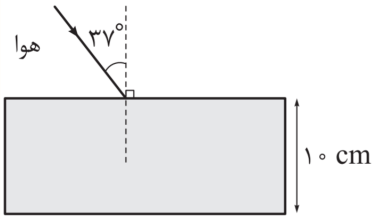
۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۶}{۵}$

۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۸}{۵}$

تست متوسط

سؤال شماره ۳۲ جزوه

۶۳- در شکل زیر، پرتو نوری با زاویهٔ تابش ۳۷° از هوا وارد تیغهٔ تختی به ضخامت ۱۰ cm می‌شود. اگر مدت زمان حرکت این پرتو درون تیغه برابر ۰/۸ ns باشد، پرتو هنگام خروج از تیغه چند درجه منحرف می‌شود؟ $(\sin ۳۷^\circ = ۰/۶ , c = ۳\times ۱۰^۸ \ m/s)$



۱) ۷
۲) ۱۶
۳) ۲۲
۴) ۳۰

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

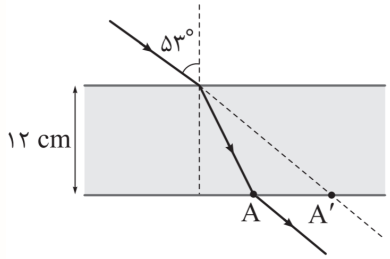
شکست موج

ادامهٔ تست‌های فرمول ۱۰۱

تست دشوار

سؤال شماره ۳۳ جزوه

۵۸- شکل مقابل، مسیر حرکت پرتویی را نشان می‌دهد که از خلأ به سطح یک تیغهٔ متوازی‌السطوح تابیده شده است. اگر $AA' = 4\,cm$ باشد، مدت‌زمان حرکت پرتو درون تیغه چند پیکوثانیه است؟ $(\sin 53^\circ = 0/8 \text{ و } c = 3\times10^8\ m/s)$



۱) ۵۰
۲) ۵۰۰
۳) ۶۴
۴) ۶۴۰

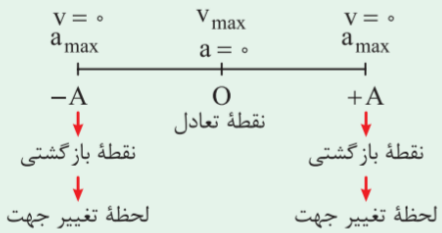
پاسخ سؤال ۱

ابتدا با توجه به این‌که طول پاره‌خط نوسان را داریم، دامنهٔ حرکت را محاسبه کنید، سپس به کمک رابطهٔ تندی بیشینه، بسامد زاویه‌ای را به دست آورده و در رابطهٔ شتاب بیشینه داده‌ها را جای‌گذاری کنید. به همین راحتی!

- دامنهٔ نوسان نصف طول پاره‌خط نوسان است.
- در حرکت هماهنگ ساده، تندی نوسانگر در نقاط بازگشتی ($x = \pm A$) صفر است و تندی در هنگام عبور از نقطهٔ تعادل، بیشینه و برابر $A\omega$ است.
- در حرکت هماهنگ ساده، شتاب از رابطهٔ $a = -\omega^2 x$ به دست می‌آید که x مکان نوسانگر نسبت به نقطهٔ تعادل است.
- بیشینهٔ اندازهٔ شتاب در نقاط بازگشتی اتفاق می‌افتد:

$$a_{max} = -A\omega^2$$

- اندازه و جهت شتاب و تندی در نقاط بازگشتی و نقطهٔ تعادل در بسیاری از سؤالات مثل این تست به صورت غیرمستقیم مطرح می‌شود؛ پس در این نقاط این پارامترها را خوب به خاطر بسپارید:



طول پاره‌خط نوسان برابر $2A$ است، پس:

$$2A = 5 \Rightarrow A = 2/5\,cm$$

از طرفی تندی نوسانگر در نقطهٔ تعادل برابر تندی بیشینه است، پس:

$$v_{max} = A\omega \Rightarrow 0/5 = 2/5\times10^{-2}\times\omega \Rightarrow \omega = \frac{0/5}{2/5\times10^{-2}} = \frac{500}{25} = 20\,rad/s$$

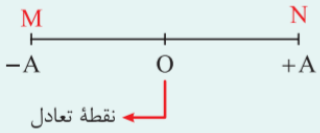
در لحظه‌ای که جهت حرکت نوسانگر تغییر می‌کند، برای لحظه‌ای سرعت صفر می‌شود، پس نوسانگر در نقطهٔ بازگشتی قرار دارد؛ در نتیجه شتاب نوسانگر بیشینه است:

$$|a_{max}| = |-A\omega^2| = 2/5\times10^{-2}\times(20)^2 = 10\,m/s^2$$

پاسخ سؤال ۲

ابتدا با توجه به این‌که نوسانگر در ۶۰ ثانیه، ۱۰ مرتبه طول پاره‌خط نوسان را طی کرده، دورهٔ نوسان و دامنه را محاسبه کنید، سپس بازهٔ زمانی که در آن بیشترین جابه‌جایی انجام‌شده را به دست آورید.

- بیشترین فاصلهٔ (بیشترین جابه‌جایی) نوسانگر از نقطهٔ تعادل برابر با دامنه است و آن را با حرف A نمایش می‌دهند:



- به مدت‌زمان یک چرخه یا یک نوسان کامل، دوره (T) می‌گویند؛ پس مدت‌زمان n چرخه برابر می‌شود با:

$$\Delta t = nT$$

- دامنهٔ نوسان، نصف طول پاره‌خط نوسان $(\overline{MN})$ است؛ یعنی:

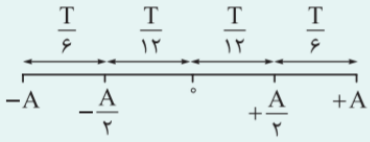
$$\text{طول پاره‌خط} = \overline{MN} = ۲A$$

مسافتی که متحرک در هر نوسان کامل طی می‌کند، دو برابر طول پاره‌خط است، یعنی:

$$\text{مسافت طی‌شده در یک نوسان کامل} = ۴A = ۲(\overline{MN})$$

- با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده که به صورت $x = A\cos(\omega t)$ است، چون معادله خطی نیست، پس مسافت طی‌شده توسط نوسانگر با مدت‌زمان طی آن مسافت، متناسب نیست. مثلاً در اطراف نقطهٔ تعادل که تندی بیشتر است، مدت‌زمان طی‌کردن آن کم‌تر است.

- به‌جز مکان‌های $\pm A$ و نقطهٔ تعادل، مکان‌های معروف دیگری هست که نوسانگر در مدت‌زمان خاصی بین آن‌ها جابه‌جا می‌شود. یکی از مکان‌های معروف در حرکت هماهنگ ساده، مکان $x = \pm\frac{A}{۲}$ است که فاصلهٔ زمانی آن تا نقطهٔ بازگشت و نقطهٔ تعادل به صورت مقابل است:



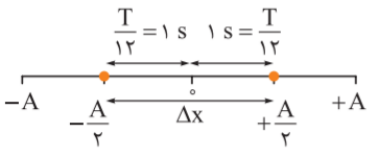
گام اول: در هر نوسان کامل، نوسانگر دو بار طول پاره‌خط را طی می‌کند؛ پس اگر در هر دقیقه، ۱۰ بار طول پاره‌خط را طی کرده باشد، یعنی $\frac{۱۰}{۲} = ۵$ نوسان کامل انجام داده است؛ پس:

$$T = \frac{\Delta t}{n} = \frac{۶۰}{۵} = ۱۲\,s$$

گام دوم: در حرکت هماهنگ ساده، مسافتی که نوسانگر در یک دوره طی می‌کند، برابر $۴A$ است، پس در ۵ نوسان کامل داریم:

$$\text{مسافت طی‌شده} = ۵(۴A) \Rightarrow ۲ = ۲۰A \Rightarrow A = ۰/۱\,m$$

گام سوم: سؤال، بیشترین اندازهٔ جابه‌جایی در بازهٔ زمانی ۲ ثانیه‌ای را خواسته است، پس باید دنبال نقطه‌ای باشیم که تندی در آن بیشترین مقدار را دارد، یعنی اطراف نقطهٔ تعادل؛ در نتیجه یک ثانیه قبل و یک ثانیه بعد از نقطهٔ تعادل را در نظر می‌گیریم:



$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{۱}{۱۲} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{۱۲}$$

طبق مورد آخر درس‌باکس داریم:

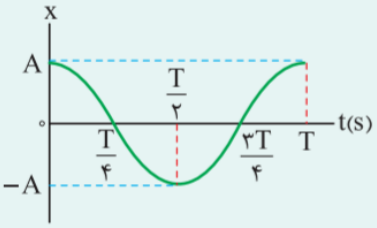
$$\Delta x = \frac{A}{۲} + \frac{A}{۲} = A = ۰/۱\,m = ۱۰\,cm$$

اگر به اشتباه مکان نوسانگر را در ۱ ثانیه قبل و بعد از نقطهٔ تعادل به صورت $\pm\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ و یا $\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ در نظر بگیری به گزینه‌های اشتباه (۲) و (۳) می‌رسی. مکان‌های معروف و بازهٔ زمانی آن‌ها را دقیق به خاطر بسپارید.

پاسخ سؤال ۳

ابتدا به کمک نمودار دوره را محاسبه کنید، سپس لحظهٔ $t_1 = 16\,ms$ را برحسب T به دست آورده و به کمک مکان‌های معروف نوسانگر، A (دامنه) را حساب کنید و در نهایت معادلهٔ مکان ـ زمان را بنویسید تا مکان نوسانگر نسبت به نقطهٔ تعادل را در $t = 52\,ms$ پیدا کنید.

۱) معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده به صورت زیر است:



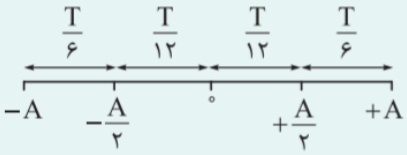
$$x(t) = A\cos(\omega t)$$

(x: مکان نوسانگر در لحظهٔ t (m)، A: دامنه (m)، ω: بسامد زاویه‌ای (rad/s))

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

(T: دورهٔ نوسان (s))

۲) نوسانگر ساده حد فاصل $+A$ تا $+\frac{A}{2}$ را در مدت $\frac{T}{6}$ و فاصلهٔ $+\frac{A}{2}$ تا مبدأ را در مدت $\frac{T}{12}$ طی می‌کند، پس:



گام اول: در نمودار داده‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا ۶۰ ms، متحرک ۵ ربع نوسان طی کرده است، پس:

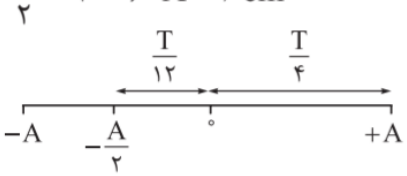
$$5\frac{T}{4} = 60\,ms \Rightarrow T = 48\,ms$$

گام دوم: لحظهٔ $t_1 = 16\,ms$ را برحسب T می‌نویسیم:

$$\frac{t_1}{T} = \frac{16}{48} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{3} = \frac{T}{4} + \frac{T}{12}$$

گام سوم: متحرک در لحظهٔ $t = 0$ در مکان $+A$ قرار دارد و $\frac{T}{3}$ بعد به مکان $-\frac{A}{2}$ می‌رسد، پس:

$$\frac{A}{2} = 3 \Rightarrow A = 6\,cm$$



گام چهارم: معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر را می‌نویسیم و $t = 52\,ms$ را در معادله جای‌گذاری می‌کنیم:

$$x(t) = A\cos(\omega t) \Rightarrow x = 6\cos\left(\frac{2\pi}{48} \times 52\right) = 6\cos\left(\frac{13\pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow x = 6\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) = 6\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 3\sqrt{3}\,cm$$

پاسخ تشریحی

پاسخ سؤال ۴

رابطهٔ نسبتی بیشینهٔ نیروی خالص وارد بر گلوله به وزن گلوله را نوشته و داده‌ها را جای‌گذاری می‌کنیم، فقط کافی است فرمول بسامد زاویه‌ای آونگ را به یاد داشته باشید.

بسامد زاویه‌ای نوسان آونگ ساده از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \leftarrow \text{بسامدزاویه‌ای (rad/s)} \quad \begin{matrix} \rightarrow \text{شتاب‌گرانش (N/kg)} \\ \rightarrow \text{طول آونگ (m)} \end{matrix}$$

رابطهٔ نیرو ـ مکان در حرکت هماهنگ ساده از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} F = -kx \Rightarrow k = \dfrac{-F}{x} \\ \omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} \Rightarrow k = m\omega^2 \end{cases} \Rightarrow F = -m\omega^2 x$$

F: نیرو (N) ← m: جرم (kg) ↑ ، ω: بسامدزاویه‌ای (rad/s) ↓ ، x: مکان نوسانگر (m) →

وقتی نوسانگر در نقاط $x = \pm A$ قرار دارد، مقدار F و a بیشینه است؛ پس در رابطهٔ بالا، x را برابر A قرار می‌دهیم:

$$F_{max} = m\omega^2 A$$

طبق درس‌باکس بزرگی بیشینهٔ نیروی خالص وارد بر گلوله از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F_{max} = m\omega^2 A$$

سؤال، نسبت بیشینهٔ نیروی خالص وارد بر گلوله به وزن گلوله را خواسته، پس:

$$\frac{F_{max}}{W} = \frac{mA\omega^2}{mg} = \frac{A(\sqrt{\frac{g}{L}})^2}{g} = \frac{A(\frac{g}{L})}{g} = \frac{A}{L} = \frac{۲}{۸۰} = \frac{۱}{۴۰}$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ سؤال ۵ - بخش ۱

دورهٔ نوسان را حساب کنید و به کمک آن، لحظهٔ t_1 را به دست آورید. سپس با محاسبهٔ مسافت طی‌شده، تندی متوسط در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 را پیدا کنید.

۱) اگر نوسانگر در لحظهٔ $t = 0$ در مکان $x = +A$ باشد، معادلهٔ مکان ـ زمان آن در حرکت هماهنگ ساده به صورت زیر است:

$$x = A\cos\omega t$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

x : مکان نوسانگر (m)

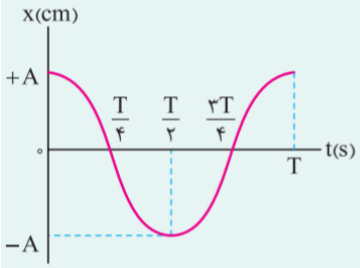
A : دامنه (m)

ω : بسامد زاویه‌ای (rad/s)

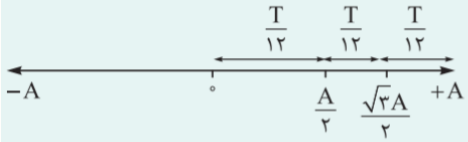
t : زمان (s)

T : دورهٔ نوسان (s)

۲) نمودار مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده:



۳) وقتی نوسانگر روی محور حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، داریم:



۴) رابطهٔ تندی متوسط به صورت زیر است:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$$

s_{av} : تندی متوسط (m/s)

ℓ : مسافت طی‌شده (m)

Δt : بازهٔ زمانی (s)

گام اول: با توجه به نمودار داده‌شده، دامنهٔ نوسان $8\ cm$ است و نوسانگر در لحظهٔ $t = 0/04\ s$ از مکان $x = 4\sqrt{3}\ cm$ می‌گذرد. با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده، دورهٔ حرکت را حساب می‌کنیم:

$$x = A\cos\omega t \xrightarrow[A=8\ cm]{x=4\sqrt{3}cm,\ t=0/04\ s} 4\sqrt{3} = 8\cos\omega\times 0/04$$

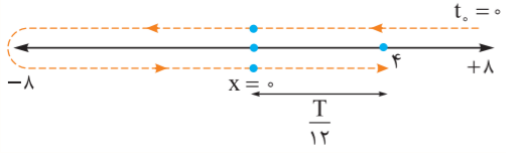
$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\omega\times\frac{4}{100} \xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}} \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{T}\times\frac{4}{100} \Rightarrow T = 0/48\ s$$

توجه: به کمک قسمت سوم درس‌باکس نیز می‌توانستیم مستقیماً دورهٔ حرکت را به دست آوریم:

$$x = 4\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}A \Rightarrow 0/04 = \frac{T}{12} \Rightarrow T = 0/48\ s$$

گام دوم: با توجه به شکل زیر، وقتی نوسانگر برای دومین بار از مکان $x = 4\ cm$ می‌گذرد، زمان سپری‌شده برابر است با:

$$t_1 = 3\frac{T}{4} + \frac{T}{12} \xrightarrow{T=0/48\ s} t_1 = 3\times 0/12 + 0/04 = 0/4\ s$$



پاسخ سؤال ۵ - بخش ۲

گام سوم: مسافت طی‌شده توسط نوسانگر از لحظهٔ $t = ۰$ تا لحظهٔ $t_۱ = ۰/۴\ s$ را حساب می‌کنیم:

$$\ell = ۸ + ۸ + ۸ + ۴ = ۲۸\ cm$$

اکنون می‌توانیم تندی متوسط در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۱$ را پیدا کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = ۰/۴\ s]{\ell = ۲۸\ cm} s_{av} = \frac{۲۸}{۰/۴} = ۷۰\ cm/s$$

پاسخ سؤال ۶

دورهٔ حرکت و بسامد زاویه‌ای را به دست آورید. سپس اندازه و جهت نیروی خالص وارد بر نوسانگر را در مکان $x = ۱\ cm$ تعیین کنید.

۱) در هر نوسان کامل، نوسانگر دو بار طول پاره‌خط نوسان را طی می‌کند.

۲) دورهٔ نوسان با توجه به تعداد نوسان‌ها از رابطهٔ مقابل به دست می‌آید:

$$T = \frac{\Delta t}{N}$$

T : دوره (s)

Δt : بازهٔ زمانی نوسان‌ها (s)

N : تعداد نوسان‌ها در مدت Δt

۳) نیروی خالص وارد بر نوسانگر، همواره به طرف مرکز نوسان (نقطهٔ تعادل) است و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\vec{F} = -(m\omega^۲ x)\vec{i}$$

F : نیرو (N)

m : جرم (kg)

ω : بسامد زاویه‌ای (rad/s)

x : مکان نوسانگر (m)

گام اول: وقتی نوسانگر ۳۰۰ بار طول پاره‌خط AB را طی می‌کند، یعنی ۱۵۰ نوسان کامل انجام داده است. با توجه به این موضوع، دورهٔ نوسانگر را حساب می‌کنیم:

$$T = \frac{\Delta t}{N} \xrightarrow[N=۱۵۰]{\Delta t = ۱\ min = ۶۰\ s} T = \frac{۶۰}{۱۵۰} = ۰/۴\ s$$

بسامد زاویه‌ای نیز به دست می‌آید:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \xrightarrow{T = ۰/۴\ s} \omega = \frac{۲\pi}{۰/۴} = ۵\pi\ rad/s$$

گام دوم: اکنون می‌توانیم نیروی وارد بر نوسانگر را در نقطهٔ M به دست آوریم:

$$\vec{F} = -(m\omega^۲ x)\vec{i} \xrightarrow[x = ۱\ cm = ۰/۰۱\ m]{m = ۱۰۰\ g = ۰/۱\ kg\ ,\ \omega = ۵\pi\ rad/s} \vec{F} = -(۰/۱ \times ۲۵\pi^۲ \times ۰/۰۱)\vec{i}$$

$$\xrightarrow{\pi^۲ = ۱۰} \vec{F} = -(۲/۵ \times ۱۰ \times ۰/۰۱)\vec{i} = (-۰/۲۵\ N)\vec{i}$$

پاسخ سؤال ۷

چون تندی نوسانگر را در دو لحظه داریم، از پایستگی انرژی مکانیکی رابطهٔ بین انرژی پتانسیل و جرم را به دست می‌آوریم. سپس از این نکته که انرژی مکانیکی با بیشینهٔ انرژی جنبشی برابر است، تندی بیشینه را به دست می‌آوریم.

درس‌باکس سؤال ۴۴ را مطالعه کنید.

گام اول: از رابطهٔ پایستگی انرژی مکانیکی کمک می‌گیریم:

$$\left.\begin{matrix} E = U + K \\ E_۱ = E_۲ \end{matrix}\right\} \Rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + U_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + U_۲$$

$$\xrightarrow[U_۲=\frac{U_۱}{۲}]{v_۱=۲\,m/s,\ v_۲=۴\,m/s} \frac{۱}{۲}m(۲)^۲ + U_۱ = \frac{۱}{۲}m(۴)^۲ + \frac{U_۱}{۲} \Rightarrow ۲m + U_۱ = ۸m + \frac{U_۱}{۲}$$

$$\Rightarrow ۸m - ۲m = \frac{U_۱}{۲} \Rightarrow ۶m = \frac{U_۱}{۲} \Rightarrow U_۱ = ۱۲m \quad (I)$$

گام دوم: انرژی مکانیکی با بیشینهٔ انرژی جنبشی برابر است، در نتیجه:

$$E = K_{max} \Rightarrow K_۱ + U_۱ = \frac{۱}{۲}mv_{max}^۲ \xrightarrow{(I)} \frac{۱}{۲}m(۲)^۲ + ۱۲m = \frac{۱}{۲}mv_{max}^۲$$

$$\Rightarrow ۲ + ۱۲ = \frac{v_{max}^۲}{۲} \Rightarrow ۲۸ = v_{max}^۲ \Rightarrow v_{max} = ۲\sqrt{۷}\,m/s$$

پاسخ سؤال ۸

دامنهٔ نوسان را به دست آورید و تشخیص دهید زمانی که انرژی جنبشی نوسانگر $۲۰۰\ \text{mJ}$ است در حال عبور از نقطهٔ تعادل خود است. سپس این انرژی را با انرژی مکانیکی نوسانگر برابر قرار داده و ثابت فنر را حساب کنید.

۱) در حرکت هماهنگ سادهٔ سامانهٔ جرم ـ فنر، فاصلهٔ بین بیشینه و کمینهٔ طول فنر، همان طول پاره‌خط نوسانی یا دو برابر دامنه است.

۲) هنگام عبور نوسانگر از نقطهٔ تعادل خود، انرژی جنبشی آن بیشینه بوده و با انرژی مکانیکی برابر است.

۳) انرژی مکانیکی (کل) یک نوسانگر، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E = \frac{۱}{۲}kA^{۲}$$

E : انرژی مکانیکی (J)

k : ثابت فنر (N/m)

A : دامنه (m)

گام اول: طول پاره‌خط نوسان و دامنهٔ حرکت را به دست می‌آوریم:

$$L_{max} - L_{min} = ۲A \Rightarrow ۳۲ - ۲۴ = ۲A \Rightarrow A = ۴\ \text{cm}$$

از طرفی وقتی طول فنر $۲۸\ \text{cm}$ است یعنی در وسط بین دو انتهای مسیر نوسانی یا همان نقطهٔ تعادل است. در این مکان نوسانگر بیشترین تندی و بیشترین انرژی جنبشی را دارد:

$$K_{max} = ۲۰۰\ \text{mJ}$$

گام دوم: بیشینهٔ انرژی جنبشی با انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است؛ بنابراین داریم:

$$E = K_{max} \xrightarrow{K_{max}=۲۰۰\ \text{mJ}} E = ۲۰۰\ \text{mJ}$$

$$E = \frac{۱}{۲}kA^{۲} \xrightarrow[A=۴\ \text{cm}=۴\times۱۰^{-۲}\ \text{m}]{E=۲۰۰\ \text{mJ}=۲۰۰\times۱۰^{-۳}\ \text{J}} ۲۰۰\times۱۰^{-۳} = \frac{۱}{۲}k(۴\times۱۰^{-۲})^{۲}$$

$$\Rightarrow ۴\times۱۰^{-۱} = k\times۱۶\times۱۰^{-۴} \Rightarrow k = \frac{۴۰۰۰}{۱۶} = ۲۵۰\ N/m$$

پاسخ سؤال ۹

از داده‌های نمودار استفاده کنید. در لحظه‌ای که تندی نوسانگر $۶\,m/s$ است، انرژی جنبشی نوسانگر برابر با $۰/۱۸\,J$ است، پس جرم نوسانگر را از رابطهٔ $K=\frac{۱}{۲}mv^۲$ حساب کنید. سپس طبق رابطهٔ پایستگی انرژی و برابر بودن انرژی مکانیکی با بیشینهٔ انرژی جنبشی، تندی را در لحظه‌ای که سؤال خواسته حساب کنید.

انرژی جنبشی: هر جسمی به جرم m که با تندی v حرکت می‌کند، انرژی جنبشی دارد که از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲$$

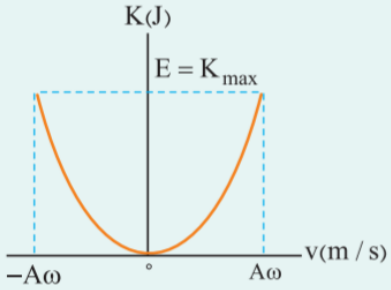
انرژی پتانسیل: در سامانهٔ جرم ـ فنر، اگر فنر نسبت به حالت عادی کشیده یا فشرده شود، انرژی پتانسیل کشسانی در آن ذخیره می‌شود، پس هر چه‌قدر فنر کشیده‌تر یا فشرده‌تر شود، انرژی پتانسیل بیشتری در آن ذخیره می‌شود.

انرژی مکانیکی: انرژی مکانیکی یک سامانه برابر با مجموع انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی آن است: $E=K+U$

انرژی مکانیکی با بیشینهٔ انرژی جنبشی برابر است، یعنی:

$$E=K+U \xrightarrow[K=K_{max}]{U=۰} E=K_{max}=\frac{۱}{۲}mv_{max}^۲$$

نمودار انرژی جنبشی برحسب تندی نوسانگر هماهنگ ساده، یک سهمی به صورت مقابل است:



$$|v_{max}|=A\omega$$

گام اول: با استفاده از نمودار و طبق رابطهٔ انرژی جنبشی، جرم جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow ۰/۱۸=\frac{۱}{۲}m(۶)^۲ \Rightarrow m=\frac{۰/۱۸\times ۲}{۳۶} \Rightarrow m=۰/۰۱kg$$

گام دوم: از آن‌جایی که $E=K_{max}$ است، از روی نمودار مشخص است که $v_{max}=۸\,m/s$ است، پس:

$$E=\frac{۱}{۲}mv_{max}^۲ \Rightarrow E=\frac{۱}{۲}(۰/۰۱)(۸)^۲=۰/۳۲\,J$$

گام سوم: از رابطهٔ پایستگی انرژی مکانیکی نوسانگر، در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر $۰/۰۸\,J$ است، K را حساب می‌کنیم:

$$E=K+U \Rightarrow ۰/۳۲=۰/۰۸+K \Rightarrow K=۰/۳۲-۰/۰۸=۰/۲۴\,J$$

گام چهارم: تندی نوسانگر را به کمک مقدار انرژی جنبشی که در گام قبل به دست آوردیم، محاسبه می‌کنیم:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow ۰/۲۴=\frac{۱}{۲}(۰/۰۱)v^۲ \Rightarrow v^۲=\frac{۲\times ۰/۲۴}{۰/۰۱}=۴۸ \Rightarrow v=۴\sqrt{۳}\,m/s$$

پاسخ سؤال ۱۰

۱) در یک حرکت هماهنگ ساده، مسافت طی‌شده، ۴ برابر دامنه است.

۲) نیروی وارد بر نوسانگر در دو انتهای پاره‌خط نوسانی، بیشینه است و اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$F_{max} = kA$$

F_{max}: اندازهٔ نیروی بیشینهٔ وارد بر نوسانگر (N)

k: ثابت فنر (N/m)

A: دامنهٔ نوسان (m)

گام اول: انرژی مکانیکی نوسانگر را برحسب بیشینهٔ نیروی خالص وارد بر آن می‌نویسیم و به کمک آن، دامنهٔ حرکت را به دست می‌آوریم:

$$E=\frac{1}{2}kA^2 \xrightarrow{F_{max}=kA} E=\frac{1}{2}(kA)A=\frac{1}{2}(F_{max})A \xrightarrow[F_{max}=5\,N]{E=0/1\,J} 0/1=\frac{1}{2}\times 5A \Rightarrow A=\frac{0/2}{5}=0/04\,m=4\,cm$$

گام دوم: مسافتی که نوسانگر در هر دورهٔ تناوب طی می‌کند، ۴ برابر دامنه است:

$$\ell = 4A \xrightarrow{A=4\,cm} \ell = 4\times 4 = 16\,cm$$

پاسخ سؤال ۱۱

انرژی مکانیکی (کل) یک نوسانگر، مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل آن است.

$$E = K + U$$

E : انرژی مکانیکی (J)

K : انرژی جنبشی (J)

U : انرژی پتانسیل (J)

گام اول: اگر انرژی‌های جنبشی و پتانسیل در مکان x_1 را با K_1 و U_1 و انرژی‌های جنبشی و پتانسیل در مکان x_2 را با K_2 و U_2 نشان دهیم، با توجه به نمودار داده‌شده می‌توان نوشت:

$$K_1 = U_2 \ , \ U_1 = K_2$$

گام دوم: رابطهٔ انرژی مکانیکی نوسانگر را در مکان x_1 می‌نویسیم:

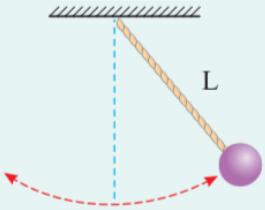
$$E = K_1 + U_1 \xrightarrow{U_1 = K_2} E = K_1 + K_2 \xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2} \frac{1}{2}mv_{max}^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow v_{max}^2 = v_1^2 + v_2^2$$

$$\xrightarrow[v_2 = 0/5\ m/s]{v_1 = 1/2\ m/s} v_{max}^2 = (1/2)^2 + (0/5)^2 = 1/44 + 0/25 = 1/69 \Rightarrow v_{max} = 1/3\ m/s$$

تندی نوسانگر در مبدأ مکان، همان تندی بیشینه است.

پاسخ سؤال ۱۲

دورهٔ نوسان‌های یک آونگ ساده، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

T : دوره (s)

L : طول آونگ (m)

g : شتاب گرانش زمین $(m/s^۲)$

گام اول: ابتدا نسبت دورهٔ آونگ‌های A و B را به دست می‌آوریم:

$$T = \frac{t}{N} \xrightarrow{t_A = t_B} \frac{T_A}{T_B} = \frac{N_B}{N_A} \xrightarrow[N_A = ۵]{N_B = ۴} \frac{T_A}{T_B} = \frac{۴}{۵}$$

گام دوم: با توجه به رابطهٔ $T = ۲\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ نسبت دوره‌های دو آونگ A و B را برحسب طول آن‌ها می‌نویسیم:

$$\frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}} \Rightarrow \frac{۴}{۵} = \sqrt{\frac{L_A}{L_B}} \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{۱۶}{۲۵}$$

بنابراین $L_A < L_B$ بوده و می‌توان نوشت:

$$L_B - L_A = ۴۵\ cm$$

اکنون می‌توانیم طول آونگ A را حساب کنیم:

$$L_B - L_A = ۴۵ \xrightarrow{L_B = \frac{۲۵}{۱۶}L_A} \frac{۲۵}{۱۶}L_A - L_A = ۴۵ \Rightarrow \frac{۹}{۱۶}L_A = ۴۵ \Rightarrow L_A = ۴۵ \times \frac{۱۶}{۹} = ۸۰\ cm$$

پاسخ سؤال ۱۳

ابتدا طبق رابطهٔ عمق با تندی، متوجه می‌شویم با افزایش عمق، تندی انتشار افزایش یافته، سپس در رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$، تندی و بسامد را جای‌گذاری می‌کنیم تا تغییرات طول موج را محاسبه کنیم.

- در آب‌های کم‌عمق، تندی انتشار امواج در سطح آب، به عمق آب وابسته است. به طوری که هر چه عمق آب کم‌تر باشد، تندی انتشار امواج در سطح آب کم‌تر است.
- رابطهٔ طول موج با تندی و بسامد به صورت مقابل است:

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

(λ: طول موج (m)، v: تندی (m/s)، T: دورهٔ تناوب (s)، f: بسامد (Hz))

گام اول: به کمک پارامترها، طول موج محیط کم‌عمق (ناحیهٔ ۱) را می‌نویسیم:

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{f} = \frac{v_1}{2} \quad (I)$$

- با تغییر عمق، بسامد موج در سطح آب تغییر نمی‌کند، ولی طول موج متناسب با تندی تغییر می‌کند.

گام دوم: موج از ناحیهٔ کم‌عمق (۱) وارد ناحیهٔ عمیق (۲) شده، پس تندی موج سطحی آب افزایش می‌یابد:

$$v_2 = v_1 + 0/2$$

$$\lambda_2 = \frac{v_2}{f} = \frac{v_1 + 0/2}{f} = \frac{v_1}{2} + \frac{0/2}{2} \xrightarrow{(I)} \lambda_2 = \lambda_1 + 0/1(m) = \lambda_1 + 10cm$$

پس طول موج در ناحیهٔ ۲ (عمیق) به اندازهٔ ۱۰cm افزایش می‌یابد.

پاسخ سؤال ۱۴

ابتدا تندی انتشار موج را از رابطهٔ $v=\lambda f$ محاسبه می‌کنیم و سپس در رابطهٔ $v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ جای‌گذاری می‌کنیم تا خواستهٔ سؤال به دست آید.

رابطهٔ تندی انتشار موج عرضی در یک فنر یا طناب، برحسب پارامترهای چگالی و سطح مقطع به صورت زیر است:

$$v=\sqrt{\frac{FL}{m}} \xrightarrow[V=AL]{\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V} v=\sqrt{\frac{FL}{\rho AL}}=\sqrt{\frac{F}{\rho A}} \xrightarrow{A=\pi r^2}$$

توجه کنید که سیم یا تار به صورت استوانه است و حجم آن از رابطهٔ $v=AL$ محاسبه می‌شود.

گام اول: به کمک طول موج و بسامد، تندی انتشار موج را محاسبه می‌کنیم:

$$v=\lambda f=20\times10^{-2}\times250=50\ m/s \quad (I)$$

گام دوم: تندی انتشار موج از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\rho A}} \xrightarrow{(I)} 50=\sqrt{\frac{60}{8\times10^{3}\times3r^{2}}} \Rightarrow 50=\sqrt{\frac{1}{400r^{2}}} \Rightarrow 50=\frac{1}{20r} \Rightarrow r=\frac{1}{10^{3}}m \Rightarrow r=1mm$$

$A=\pi r^2$

سؤال از ما قطر مقطع را خواسته است، پس:

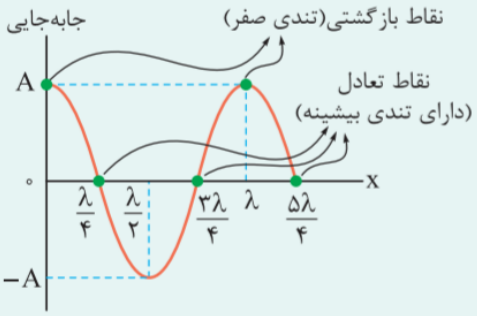
$$2r=d=2mm$$

خواست باشه که سؤال **قطر** مقطع رو خواسته، در حالی که ما از رابطهٔ سطح مقطع (A) اندازهٔ **شعاع** رو به دست میاریم.

پاسخ سؤال ۱۵

چون دو موج عرضی A و B در دو طناب متفاوت (دو محیط متفاوت) منتشر می‌شوند، پس ابتدا به کمک داده‌های نمودار، رابطهٔ بسامد دو موج را به دست می‌آوریم و بعد، از رابطهٔ $v_{max} = A\omega = A(2\pi f)$ نسبت بیشینهٔ تندی ذره‌ها را می‌نویسیم.

شکل روبه‌رو نمودار جابه‌جایی ـ مکان یک موج عرضی را نشان می‌دهد. به کمک نمودار می‌توانیم طول موج، دامنه و نقاط تعادل و بازگشتی موج را مشخص کنیم:



فرمول محاسبهٔ طول موج برای امواج عرضی و طولی به صورت مقابل است:

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

طول موج(m) ← λ
تندی(m/s) ↓ v
دورهٔ تناوب(s) ↑ T
بسامد(Hz) ↓ f

موج در نقطهٔ تعادل دارای بیشینهٔ تندی است که از رابطهٔ مقابل محاسبه می‌شود:

$$v_{max} = A\omega = A(2\pi f)$$

گام اول: با توجه به نمودار و طبق داده‌های صورت سؤال، اطلاعات زیر را داریم:

$$(1)\ A_B = 3A \quad , \quad A_A = A$$

$$(2)\ \lambda_A = \frac{3}{2}\lambda_B$$

$$(3)\ v_A = 2v_B$$

گام دوم: طبق رابطهٔ تندی انتشار دو موج، نسبت بسامد دو موج A و B را به دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{matrix} v_A = 2v_B \\ v = \lambda f \end{matrix}\right\} \Rightarrow \lambda_A f_A = 2\lambda_B f_B \xrightarrow{\lambda_A = \frac{3}{2}\lambda_B} \frac{3}{2}\lambda_B f_A = 2\lambda_B f_B$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} f_A = f_B \Rightarrow \frac{3}{4} f_M = f_N$$

گام سوم: نقاط M و N در وضعیت تعادل دارای بیشینهٔ تندی هستند، پس از رابطهٔ بیشینهٔ تندی داریم:

$$v_{max} = A(2\pi f) \Rightarrow \frac{v_{max,M}}{v_{max,N}} = \frac{A_M}{A_N} \times \frac{f_M}{f_N} = \frac{A}{3A} \times \frac{f_M}{\frac{3}{4} f_M} = \frac{4}{9}$$

پاسخ سؤال ۱۶

ابتدا به کمک رابطهٔ $T = \frac{\lambda}{v}$، دورهٔ تناوب را محاسبه می‌کنیم و سپس با توجه به رابطهٔ بازهٔ زمانی $\Delta t = ۰/۰۱s$ با دورهٔ تناوب (T)، مسافت طی‌شده در مدت Δt را به دست می‌آوریم و در نهایت در رابطهٔ $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$ جای‌گذاری می‌کنیم.

- در موج عرضی طول موج به صورت مقابل محاسبه می‌شود:

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

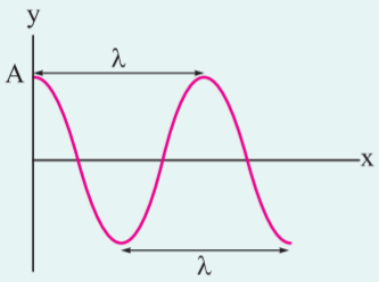
که در این رابطه، طول موج (λ) به تندی انتشار موج (v) و بسامد (f) وابسته است.

- نوسانگر هماهنگ ساده در هر نصف دوره $(\frac{T}{۲})$ مسافت $۲A$ را طی می‌کند. در واقع در مدت $n\frac{T}{۲}$، مسافت $۲nA$ را طی می‌کند؛ بنابراین تندی متوسط در مدت‌زمان $n\frac{T}{۲}$ برابر می‌شود با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۲nA}{n\frac{T}{۲}} = \frac{۴A}{T}$$

(m) دامنه
(s) دورهٔ تناوب

- فاصلهٔ دو نقطهٔ هم‌گام متوالی برابر طول موج است، در واقع دو ذره‌ای که فاصله‌شان از هم (λ) است، وضعیت یکسانی دارند.



گام اول: از آن‌جایی که موج در یک محیط منتشر می‌شود، با توجه به شکل و با کمک رابطهٔ $\lambda = vT$ دوره را محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda = vT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{۲۰\times۱۰^{-۲}}{۱۰} = ۲\times۱۰^{-۲}\ s$$

گام دوم: بازهٔ زمانی $\Delta t = ۰/۰۱s$ را برحسب T می‌نویسیم:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{۰/۰۱}{۲\times۱۰^{-۲}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{۲}$$

- تندی متوسط نوسانگر در هر بازهٔ زمانی $n\frac{T}{۲}$ برابر با تندی متوسط آن در یک چرخه است.

گام سوم: طبق نکتهٔ بالا، تندی را محاسبه می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{۴A}{T} = \frac{۴\times۵\times۱۰^{-۲}}{۲\times۱۰^{-۲}} = ۱۰\ m/s$$

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخ سؤال ۱۷ - بخش ۱

۱) رابطهٔ تندی متوسط

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

s_{av} = تندی متوسط (m/s)

l = مسافت طی‌شده (m)

Δt = بازهٔ زمانی (s)

۲) هر ذرهٔ نوسانی از محیط، همچون چشمهٔ موج، در هر نصف دوره $(\frac{T}{2})$ مسافتی به اندازهٔ دو برابر دامنه $(2A)$ را می‌پیماید.

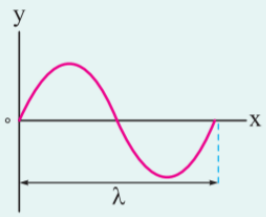
۳) رابطهٔ بسامد زاویه‌ای برحسب دوره:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

ω = بسامد زاویه‌ای (rad/s)

T = دوره (s)

۴) طول موج (λ)، برابر با مسافتی است که موج در مدت دورهٔ تناوب نوسان طی می‌کند.



۵) رابطهٔ شتاب هر ذرهٔ نوسانگر برحسب مکان:

$$a = -\omega^2 y$$

a = شتاب (m/s^2)

ω = بسامد زاویه‌ای (rad/s)

y = مکان ذرهٔ نوسانگر (m)

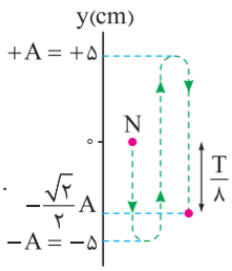
گام اول: با توجه به شکل داده‌شده داریم:

$$\frac{3}{2}\lambda = 90 \Rightarrow \lambda = 60\,cm$$

بنابراین وقتی موج $30\,cm$ در محیط پیشروی می‌کند، یعنی نصف طول موج را پیموده و زمانی معادل نصف دوره $(\frac{T}{2})$ سپری شده است. هم‌چنین در این مدت ذرهٔ نوسانی M مسافتی معادل دو برابر دامنه $(2A)$ را می‌پیماید.

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \xrightarrow[l=2A=2\times5\times10^{-2}=10^{-1}m]{s_{av}=0/5\,m/s,\ \Delta t=\frac{T}{2}} 0/5 = \frac{10^{-1}}{\frac{T}{2}} \Rightarrow \frac{T}{4} = 10^{-1} \Rightarrow T = 0/4\,s$$

گام دوم: شتاب ذرهٔ N از طناب در لحظهٔ $t = 0/45\,s$ خواسته شده است؛ پس باید مکان ذرهٔ N در این لحظه را پیدا کنیم:



$$t = 0/45\,s = 0/4 + 0/05 = T + \frac{T}{8}$$

جابه‌جایی ذرهٔ N بعد از زمان T صفر است، اما در $\frac{T}{8}$ بعد از آن فاصلهٔ $\frac{\sqrt{2}}{2}A$ را رو به پایین طی می‌کند؛ بنابراین داریم:

$$y_N = -\frac{\sqrt{2}}{2}A = -\frac{\sqrt{2}}{2}\times5\times10^{-2}\,m$$

پاسخ سؤال ۱۷- بخش ۲

گام سوم: بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم و به کمک آن، شتاب ذرهٔ N برحسب مکان آن را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۰/۴} = ۵\pi \, rad/s$$

$$a = -\omega^۲ y \xrightarrow[y=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times ۵\times ۱۰^{-۲} m]{\omega = ۵\pi \, rad/s} a = -(۵\pi)^۲ \times -(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times ۵\times ۱۰^{-۲})$$

$$\xrightarrow{\pi^۲=۱۰} a = -۲۵۰\times(-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times ۵\times ۱۰^{-۲}) = ۲۵\times ۰/۵\frac{\sqrt{۲}}{۲} = \frac{۲۵}{۴}\sqrt{۲}\, m/s^۲$$

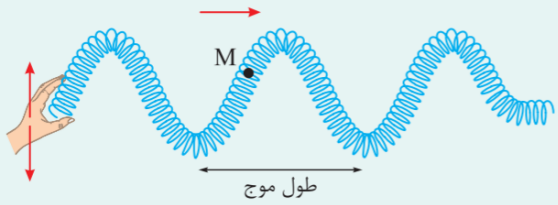
جهت شتاب رو به بالا است؛ بنابراین در لحظهٔ $t = ۰/۴۵ \, s$ و در SI می‌توان نوشت:

$$\vec{a}_N = (+\frac{۲۵}{۴}\sqrt{۲}\, m/s^۲)\vec{j}$$

پاسخ سؤال ۱۸ - بخش ۱

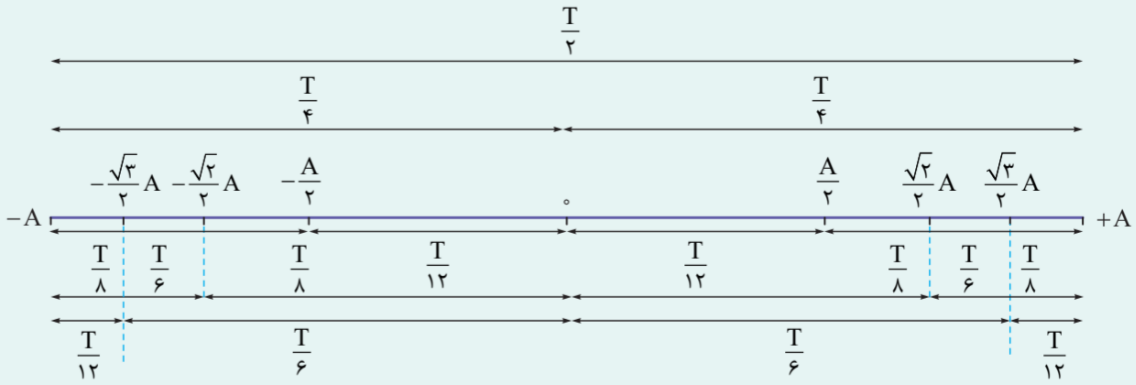
از روی نمودار، طول موج رو حساب کن، بعد با پیداکردن تندی انتشار موج و به کمک طول موج، دورهٔ تناوب رو به دست بیار. آخر سر به کمک زمان‌های داده‌شده، مکان نوسانی نقطهٔ M رو پیدا کن و نوع حرکتش رو تحلیل کن.

اگر مطابق شکل، یک سر فنر بلند و کشیده‌شده‌ای را با حرکت هماهنگ ساده، پیاپی به بالا و پایین حرکت دهیم، موج عرضی پیوسته‌ای در طول فنر منتشر می‌شود.



هیچ‌یک از ذرات تشکیل‌دهندهٔ محیط در جهت انتشار موج منتقل نمی‌شوند و فقط به تقلید از نوسان چشمه، در جای خود به بالا و پایین حرکت می‌کنند. اگر جهت انتشار موج به سمت راست باشد، نقطهٔ M از همسایگان چپ خود تقلید می‌کند. مثلاً در شکل نشان داده شده، موج به سمت راست در حال انتشار است و چون همسایگان چپ نقطهٔ M از آن پایین‌تر هستند، پس جهت حرکت نقطهٔ M در این لحظه به سمت پایین است. ضمناً اگر جهت انتشار موج به سمت چپ باشد، نقطهٔ M از همسایگان راست خود تقلید می‌کند. اگر در شکل بالا، موج به سمت چپ در حال انتشار باشد، آن‌گاه چون همسایگان راست نقطهٔ M بالاتر از آن هستند، پس جهت حرکت نقطهٔ M در این لحظه به سمت بالا خواهد بود.

این زمان‌های مهم نوسان رو به یاد داشته باش:



گام اول: ابتدا تندی انتشار موج عرضی در سیم را به دست می‌آوریم:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}=\sqrt{\frac{۸}{۲۰\times۱۰^{-۳}}}=\sqrt{۴\times۱۰^{۲}}\Rightarrow v=۲۰\,m/s$$

گام دوم: با توجه به نمودار، طول موجِ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۳}{۲}\lambda=۳۰\Rightarrow\lambda=۲۰mm\Rightarrow\lambda=۲\times۱۰^{-۲}m$$

گام سوم: به کمک رابطهٔ $T=\frac{\lambda}{v}$، دورهٔ تناوب هر یک از اجزای محیط را به دست می‌آوریم و زمان‌های $t_۱$ و $t_۲$ را برحسب دورهٔ تناوب می‌نویسیم:

$$T=\frac{\lambda}{v}=\frac{۲\times۱۰^{-۲}}{۲۰}=۱۰^{-۳}s=۱\,ms$$

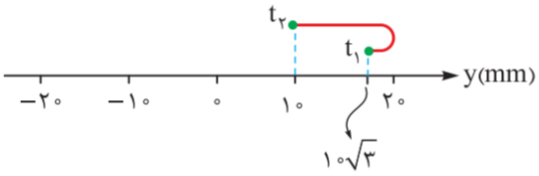
$$\frac{t_۱}{T}=\frac{۰/۲۵}{۱}\Rightarrow t_۱=\frac{T}{۴}\xrightarrow{\frac{T}{۴}=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۶}}t_۱=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۶}$$

$$\frac{t_۲}{T}=\frac{۰/۵}{۱}\Rightarrow t_۲=\frac{T}{۲}\Rightarrow t_۲-t_۱=\frac{T}{۲}-\frac{T}{۴}\Rightarrow t_۲-t_۱=\frac{T}{۴}\xrightarrow{\frac{T}{۴}=\frac{T}{۶}+\frac{T}{۱۲}}t_۲-t_۱=\frac{T}{۶}+\frac{T}{۱۲}$$

پاسخ تشریحی

پاسخ سؤال ۱۸- بخش ۲

چون نقش موج در مبدأ زمان نشان داده شده است؛ بنابراین باید موقعیت نقطهٔ M را در لحظهٔ t_1 به دست آوریم. با توجه به شکل، در لحظهٔ صفر ثانیه، نقطهٔ M در موقعیت نوسانی $-\frac{A}{2}$ قرار داشته و در حال حرکت به سمت بالا است. از طرفی چون $t_1 = \frac{T}{12} + \frac{T}{6}$ است، پس نقطهٔ M از مکان $-10\ mm$ ، $(-\frac{A}{2})$ به مکان $10\sqrt{3}\ mm$ $(+\frac{\sqrt{3}}{2}A)$ جابه‌جا می‌شود. در ادامه چون $t_2 - t_1 = \frac{T}{6} + \frac{T}{12}$ است، پس نقطهٔ M بعد از قرارگرفتن در مکان $10\sqrt{3}\ mm$، ابتدا به مکان $20\ mm$ ، $(+A)$ رفته سپس به مکان $10mm$ ،$(+\frac{A}{2})$ برمی‌گردد:



گام چهارم: در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، نقطهٔ M ابتدا به نقطهٔ بازگشتی $20\ mm$ رفته و سپس تغییر جهت داده و به نقطهٔ $10\ mm$ برمی‌گردد. پس نوع حرکت نقطهٔ M در این بازهٔ زمانی، ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

سمی‌ترین گزینهٔ دام‌دار، گزینهٔ (۲) هست. متاسفانه خیلی از بچه‌ها میان $\frac{t_2 - t_1}{T}$ رو به دست میارن و از محل نشان داده شدهٔ نقطهٔ M در شکل شروع به تحلیل می‌کنن و نهایتاً در دام گزینهٔ (۲) گرفتار می‌شن. دریغ از این‌که ابتدا باید موقعیت نقطهٔ M را در لحظهٔ t_1 به دست آورند و از آن جا به بعد را بررسی کنند.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ سؤال ۱۹

شدت صوت، آهنگ متوسط انرژی‌ای است که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد یا از آن عبور می‌کند.

$$I = \frac{E}{A\Delta t}$$

I: شدت صوت (W/m^2)

E: انرژی صوت (J)

A: مساحت سطح (m^2)

Δt: بازهٔ زمانی (s)

به کمک رابطه‌ای که در درس‌باکس به آن اشاره شد، انرژی امواج صوتی را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{E}{A\Delta t} \Rightarrow E = IA\Delta t \xrightarrow[\Delta t = 1\,min = 60\,s]{I = 3\times10^{-5}\,W/m^2,\ A = 4\,m^2} E = 3\times10^{-5}\times4\times60$$

$$= 720\times10^{-5}\,J = 7/2\times10^{-3}\,J = 7/2\,mJ$$

پاسخ سؤال ۲۰

۱) شدت صوت یک چشمهٔ صوتی، با مربع فاصله از آن چشمه، رابطهٔ عکس دارد:

$$\frac{I_۲}{I_۱}=(\frac{r_۱}{r_۲})^۲$$

$I_۱=$ شدت صوت در فاصلهٔ $r_۱$ از چشمهٔ صوت $(W/m^۲)$

$I_۲=$ شدت صوت در فاصلهٔ $r_۲$ از چشمهٔ صوت $(W/m^۲)$

۲) برای مقایسهٔ شدت صوت در دو حالت مختلف و محاسبهٔ تغییر تراز شدت صوت داریم:

$$\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱}$$

$\beta_۱=$ تراز شدت صوت در حالت اول (dB)

$\beta_۲=$ تراز شدت صوت در حالت دوم (dB)

گام اول: ابتدا نسبت شدت صوت در دو حالت داده‌شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{I_۲}{I_۱}=(\frac{r_۱}{r_۲})^۲ \xrightarrow[r_۲=۱۶۰m]{r_۱=۶۴۰m} \frac{I_۲}{I_۱}=(\frac{۶۴۰}{۱۶۰})^۲=۴^۲=۱۶$$

گام دوم: تغییر تراز شدت صوت بین دو حالت را محاسبه می‌کنیم:

$$\beta_۲-\beta_۱=۱۰\log\frac{I_۲}{I_۱} \xrightarrow{\frac{I_۲}{I_۱}=۱۶=۲^۴} \beta_۲-\beta_۱=۱۰\log ۲^۴$$

$$\Rightarrow \beta_۲-\beta_۱=۴۰\log ۲ \xrightarrow{\log ۲=۰/۳} \beta_۲-\beta_۱=۴۰\times ۰/۳=۱۲\,dB$$

پاسخ تشریحی

پاسخ سؤال ۲۱

رابطهٔ تراز شدت صوتی که در یک نقطه، به گوش شنونده می‌رسد، به صورت زیر است:

$$\beta = ۱۰\log\frac{I}{I_۰}$$

β = تراز شدت صوت (dB)

I = شدت صوت $(W/m^۲)$

$I_۰$ = شدت مرجع یا آستانهٔ شنوایی = $۱۰^{-۱۲}\,W/m^۲$

گام اول: ابتدا شدت صوتی را که به گوش شنوندهٔ A می‌رسد، به دست می‌آوریم:

$$\beta_A = ۱۰\log\frac{I_A}{I_۰} \xrightarrow[I_۰=۱۰^{-۱۲}\,W/m^۲]{\beta_A=۸۰\,dB} ۸۰ = ۱۰\log\frac{I_A}{۱۰^{-۱۲}} \Rightarrow ۸ = \log\frac{I_A}{۱۰^{-۱۲}} \Rightarrow \frac{I_A}{۱۰^{-۱۲}} = ۱۰^۸$$

$$\Rightarrow I_A = ۱۰^{-۴}\,W/m^۲$$

گام دوم: با توجه به این‌که ۱۲ درصد از انرژی صوت تا رسیدن به شنوندهٔ A توسط محیط جذب شده است، پس شدت صوت به‌دست‌آمده برای شنوندهٔ A در واقع ۸۸ درصد از شدت صوتی است که در حالت آرمانی به محل شنوندهٔ A می‌رسد.

$$I_A = ۰/۸۸\left(\frac{P}{۴\pi r_A^۲}\right) \xrightarrow[\pi=۳,\,r_A=۲۰\,m]{I_A=۱۰^{-۴}\,W/m^۲} ۱۰^{-۴} = ۰/۸۸\times\frac{P}{۴\times۳\times۲۰^۲}$$

$$\Rightarrow P = \frac{۱۲\times۴۰۰\times۱۰^{-۴}}{۰/۸۸} = \frac{۴۸}{۸۸} = \frac{۶}{۱۱}\,W$$

گام سوم: شدت صوتی را که به گوش شنوندهٔ B می‌رسد، حساب می‌کنیم:

$$\beta_B = ۱۰\log\frac{I_B}{I_۰} \xrightarrow[I_۰=۱۰^{-۱۲}\,W/m^۲]{\beta_B=۷۰\,dB} ۷۰ = ۱۰\log\frac{I_B}{۱۰^{-۱۲}} \Rightarrow ۷ = \log\frac{I_B}{۱۰^{-۱۲}}$$

$$\Rightarrow \frac{I_B}{۱۰^{-۱۲}} = ۱۰^۷ \Rightarrow I_B = ۱۰^{-۵}\,W/m^۲$$

گام چهارم: شدت صوتی را که در حالت آرمانی به شنوندهٔ B می‌رسد، به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{P}{۴\pi r_B^۲} = \frac{\frac{۶}{۱۱}}{۴\times۳(۵۰)^۲} = \frac{۶}{۱۱\times۱۲\times۲۵۰۰} = \frac{۱}{۱۱\times۵۰۰۰} \Rightarrow I = \frac{۱}{۵۵}\times۱۰^{-۳}\,W/m^۲$$

گام پنجم: نسبت شدت صوت واقعی به شدت صوت آرمانی در محل شنوندهٔ B را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{I_B}{I} = \frac{۱۰^{-۵}}{\frac{۱}{۵۵}\times۱۰^{-۳}} = ۵۵\times۱۰^{-۲} = ۰/۵۵$$

بنابراین ۰/۴۵ انرژی صوت، از چشمه تا رسیدن به شنوندهٔ B توسط محیط جذب شده است.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ سؤال ۲۲

به کمک بسامد، دوره رو حساب کن و در لحظهٔ $5\,ns$ جهت میدان مغناطیسی رو به دست بیار و با قاعدهٔ دست راست حلش کن.

برای تعیین جهت انتشار موج الکترومغناطیسی، چهار انگشت دست راست را طوری در جهت میدان الکتریکی قرار می‌دهیم که میدان مغناطیسی از پشت دست وارد و از کف دست خارج شود. جهت انگشت شست همان جهت انتشار موج را نشان می‌دهد.
در مدت زمان $\frac{T}{2}$، جهت بردار میدان مغناطیسی و نیز بردار میدان الکتریکی، بدون تغییر اندازهٔ بردار، برعکس می‌شود.

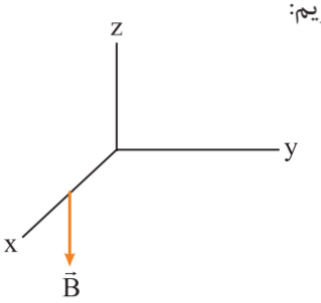
گام اول: ابتدا به کمک رابطهٔ $T=\frac{1}{f}$، دورهٔ تناوب میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را به دست می‌آوریم:

$$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{100\times10^{6}}=10^{-8}\,s$$

گام دوم: لحظهٔ $t=5\,ns$ را برحسب دورهٔ تناوب می‌نویسیم:

$$\frac{t}{T}=\frac{5\times10^{-9}}{10^{-8}}=\frac{1}{2}\Rightarrow t=\frac{T}{2}$$

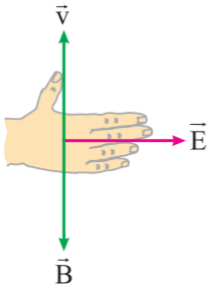
گام سوم: در لحظهٔ $t=\frac{T}{2}$، بدون تغییر در اندازه، جهت میدان مغناطیسی برعکس می‌شود و داریم:



پس در لحظهٔ $t=5\,ns$، میدان مغناطیسی در خلاف جهت محور z است.

گام چهارم: این‌که موج، انرژی را در خلاف جهت محور x انتقال می‌دهد، یعنی جهت انتشار موج در خلاف جهت محور x است.

با توجه به شکل زیر و به کمک قاعدهٔ دست راست، میدان الکتریکی در جهت مثبت محور y است.



پاسخ سؤال ۲۳

گام اول: به کمک رابطهٔ $\beta = ۱۰\log\left(\frac{I}{I_۰}\right)$، شدت صوت را در فاصلهٔ $r = ۲۰\ m$ از چشمه به دست می‌آوریم:

$$\beta = ۱۰\log\left(\frac{I}{I_۰}\right) \Rightarrow ۸۰ = ۱۰\log\left(\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}\right) \Rightarrow \log\left(\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}\right) = ۸ \Rightarrow \frac{I}{۱۰^{-۱۲}} = ۱۰^{۸} \Rightarrow I = ۱۰^{-۴}\ W/m^۲$$

گام دوم: به کمک شدت صوت به‌دست‌آمده داریم:

$$I = \frac{P_{av}}{A} \xrightarrow{A=۴\pi r^۲} ۱۰^{-۴} = \frac{P_{av}}{۴\times۳\times(۲۰)^۲} \Rightarrow P_{av} = ۰/۴۸\ W$$

پس توان متوسط دریافت شده در فاصلهٔ $r = ۲۰\ m$ برابر با $P_{av} = ۰/۴۸W$ است.

گام سوم: با توجه به این که توان چشمهٔ صوت $P = ۰/۶W$ است. داریم:

درصد توان تلف‌شده توسط محیط : $P_{\text{اتلافی}} = \left(\frac{P_{av} - P}{P}\right)\times۱۰۰ = \left(\frac{۰/۴۸ - ۰/۶}{۰/۶}\right)\times۱۰۰ = -٪۲۰$

اگر به جای درصد توان تلف‌شده در محیط، درصد توان رسیده به فاصلهٔ ۲۰ متری رو حساب کنی، در دام گزینهٔ (۴) می‌افتی.

پاسخ تشریحی

پاسخ سؤال ۲۴

به کمک اختلاف تراز شدت صوت و توجه به ارتباط بین شدت صوت اولیه و ثانویه حلش کن.

اگر شدت صوتی از I_1 به I_2 تغییر کند، داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\beta_2 = 10\log(\frac{I_2}{I_0})\\ \beta_1 = 10\log(\frac{I_1}{I_0})\end{array}\right\} \Rightarrow \beta_2-\beta_1 = 10\log(\frac{I_2}{I_0})-10\log(\frac{I_1}{I_0}) \Rightarrow \Delta\beta = 10\log(\frac{I_2}{I_1})$$

شدت صوت $10^{-3}\ \frac{\mu W}{m^2} = 10^{-9}\ W/m^2$ و تراز شدت صوت ۱dB افزایش یافته است؛ بنابراین داریم:

$$\Delta\beta = 10\log(\frac{I_2}{I_1}) \xrightarrow{\Delta\beta=1dB\ ,\ I_2=I_1+10^{-9}} 1 = 10\log(\frac{I_1+10^{-9}}{I_1}) \Rightarrow \log(\frac{I_1+10^{-9}}{I_1}) = 0/1 \quad (1)$$

برای این‌که $0/1$ را برحسب $\log 2 = 0/3$ به دست آوریم، داریم:

$$0/1 = 1-3(0/3) = \log 10 - 3\log 2 = \log 10 - \log 8 \Rightarrow 0/1 = \log(\frac{10}{8}) \Rightarrow 0/1 = \log(\frac{5}{4})$$

$$\xrightarrow{(1)} \log(\frac{I_1+10^{-9}}{I_1}) = \log(\frac{5}{4}) \Rightarrow \frac{I_1+10^{-9}}{I_1} = \frac{5}{4} \Rightarrow 5I_1 = 4I_1 + 4\times10^{-9} \Rightarrow I_1 = 4\times10^{-9}\ W/m^2$$

پاسخ سؤال ۲۵

در بازتاب یک‌بعدی تپ از انتهای بسته، یک بار نسبت به محور عمودی و یک بار هم نسبت به محور افقی، شکل تپ رو قرینه می‌کنیم.

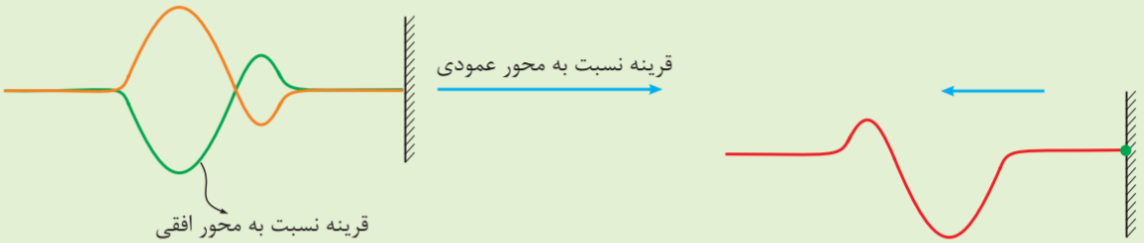
در بازتاب یک‌بعدی، برای رسم تپ بازتاب از انتهای بسته، از الگوریتم زیر استفاده می‌کنیم:

۱) تپ فرودی را در راستای طناب، نسبت به محور افقی قرینه کنید.

۲) شکل جدید را نسبت به محور عمود بر راستای طناب قرینه کنید.

ترتیب موارد (۱) و (۲) مهم نیست و می‌توانید برعکس نیز انجام دهید.

در بازتاب از انتهای بسته، قله به دره و نیز دره به قله تبدیل می‌شود.



در بازتاب از انتهای بسته، صفحهٔ کاغذ رو 180° بچرخون و شکلی که می‌بینی رو به ذهنت بسپار. صفحهٔ کاغذ رو به حالت اولش برگردون و اون‌چه که دیده بودی رو در گزینه‌ها علامت بزن.

پاسخ سؤال ۲۶

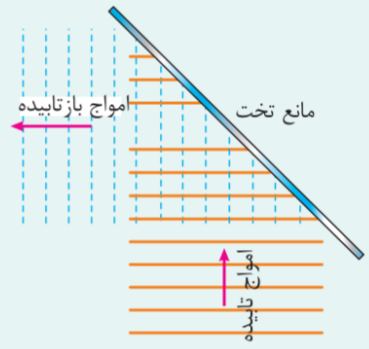
به کمک مدل پرتویی موج و با استفاده از قانون بازتاب عمومی، پرتوهای بازتاب از آینه (۱) و (۲) رو رسم کن و با موازی‌گرفتن پرتوی بازتاب آینهٔ (۲) با آینهٔ (۱) و چاشنی هندسه حلش کن.

بازتاب در دو بعد: با استفاده از جبهه‌های موج می‌توانیم به طور تجربی به رفتار موج در برخورد به یک مانع پی ببریم. طرح معادل دیگری برای نشان‌دادن رفتار موج، استفاده از نمودار پرتویی است. یک پرتو، پیکان مستقیمی عمود بر جبهه‌های موج است که جهت انتشار موج را نشان می‌دهد.

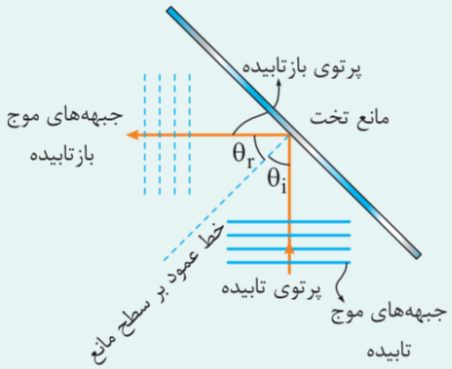
زاویهٔ بین خط عمود بر سطح مانع و پرتو تابیده برابر با زاویهٔ بین جبههٔ موج تابیده با سطح مانع بوده و زاویهٔ تابش (θ_i) نامیده می‌شود.

زاویهٔ بین خط عمود بر سطح مانع و پرتو بازتابیده برابر با زاویهٔ بین جبههٔ موج بازتابیده با سطح مانع بوده و زاویهٔ بازتابش (θ_r) نامیده می‌شود.

برای هر وضعیت مانع و همهٔ انواع موج، همواره زاویهٔ تابش برابر با زاویهٔ بازتابش است $(\theta_i = \theta_r)$ که به آن قانون بازتاب عمومی می‌گویند.



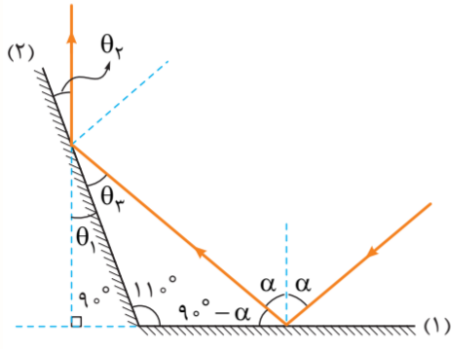
طرحی از جبهه‌های موج تابیده (خطوط توپر) و جبهه‌های موج بازتابیده (خطوط خط‌چین)



نمودار پرتویی همراه با جبهه‌های موج برای بازتاب امواج تخت از سطح مانعی تخت

برای سادگی، از نمودار پرتویی موج استفاده می‌کنیم. با توجه به شکل، چون زاویهٔ بین جبهه‌های موج تابیده به آینهٔ (۱) و سطح آن برابر α است، پس زاویهٔ بین پرتو تابیده و خط چین عمود بر سطح آینهٔ (۱) نیز برابر α می‌شود. امیدوارم حواستان باشد که چون جبهه‌های موج بازتابیده از سطح آینهٔ (۲)، موازی با آینهٔ (۱) هستند، پس راستای پرتو موج بازتابیده از سطح آینهٔ (۲) عمود بر سطح آینهٔ (۱) خواهد بود.

به کمک قانون بازتاب عمومی داریم:



$$\theta_1 + 90^\circ = 110^\circ \Rightarrow \theta_1 = 20^\circ \xrightarrow{\theta_1 \text{ و } \theta_2 \text{ متقابل به رأس‌اند}} \theta_2 = \theta_1 = 20^\circ$$

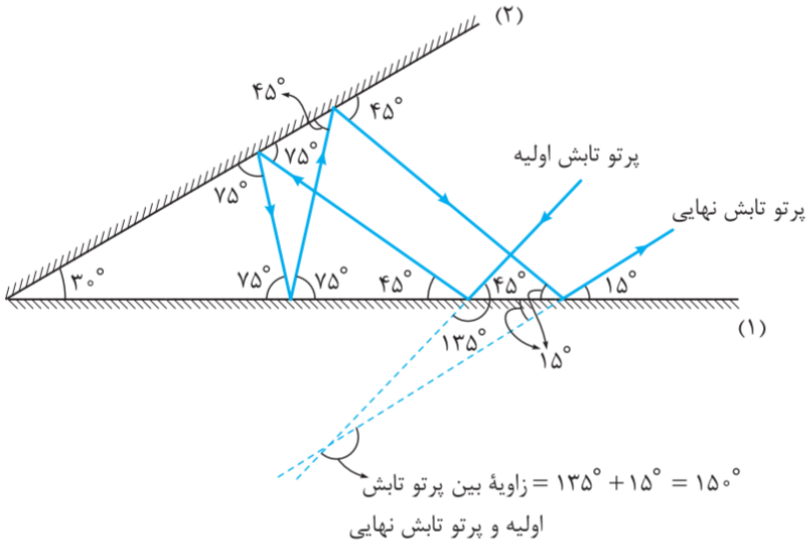
زاویهٔ بین پرتو بازتابیده از سطح آینهٔ (۲) با سطح آینهٔ (۲) برابر با زاویهٔ بین پرتو تابیده به سطح آینهٔ (۲) با سطح آینهٔ (۲) است؛ بنابراین داریم:

$$\theta_3 = \theta_2 = 20^\circ \xrightarrow{\theta_3 + 110^\circ + 90^\circ - \alpha = 180^\circ} \alpha = \theta_3 + 20^\circ = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$$

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

پاسخ سؤال ۲۷

به کمک قانون بازتاب عمومی داریم:



گام اول: ابتدا تعداد برخورد پرتو به دو آینه را به دست می‌آوریم.

$$n=[\frac{۱۸۰-\theta}{\alpha}]+۱ \Rightarrow n=[\frac{۱۳۵}{۳۰}]+۱=۵$$

گام دوم: حالا زاویهٔ بین پرتو نهایی با پرتو SI را حساب می‌کنیم.

$$D=(n-۱)\alpha+۲\beta \xrightarrow[\beta=۹۰^\circ-۴۵^\circ=۴۵^\circ]{n=۵,\alpha=۳۰^\circ} D=(۵-۱)\times ۳۰+۲\times ۴۵=۱۲۰^\circ+۹۰^\circ=۲۱۰^\circ \Rightarrow D=۳۶۰^\circ-۲۱۰^\circ=۱۵۰^\circ$$

پاسخ تشریحی

پاسخ سؤال ۲۸

می‌دانیم در اثر شکست موج، بسامد و دورهٔ تناوب موج که مربوط به چشمهٔ موج است، ثابت می‌ماند؛ بنابراین داریم:

$$f_a = f_b = f_c \ , \ T_a = T_b = T_c$$

در نتیجه گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست‌اند.

از طرفی می‌دانیم زاویهٔ جبههٔ موج با مرز دو محیط همان زاویهٔ پرتوی موج با خط عمود بر مرز دو محیط است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\beta > \alpha > \gamma \Rightarrow \theta_b > \theta_a > \theta_c \Rightarrow \sin\theta_b > \sin\theta_a > \sin\theta_c$$

در نتیجه طبق قانون شکست عمومی داریم:

$$v_b > v_a > v_c$$

بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

$$\xrightarrow{\lambda \propto v} \lambda_b > \lambda_a > \lambda_c$$

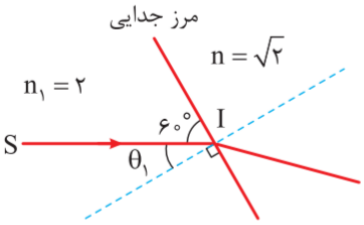
بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

دقت کنید که شکل، مربوط به جبهه‌های موج است نه پرتو. اگه حواست نباشه توی دام گزینهٔ (۳) می‌افتی.

SanjeshCloud
www.SanjeshCloud.ir

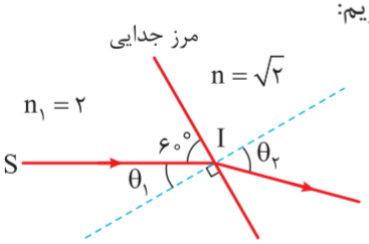
پاسخ سؤال ۲۹

گام اول: زاویهٔ تابش θ_1 را به دست می‌آوریم. مطابق شکل زیر داریم:



$$\theta_1 = 90 - 60 = 30^\circ$$

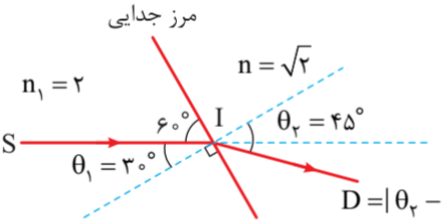
گام دوم: زاویهٔ شکست را به دست می‌آوریم. مطابق شکل زیر و طبق قانون شکست اسنل داریم:



$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \Rightarrow 2 \times \overbrace{\sin 30^\circ}^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \times \sin\theta_2$$

$$\Rightarrow \sin\theta_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_2 = 45^\circ$$

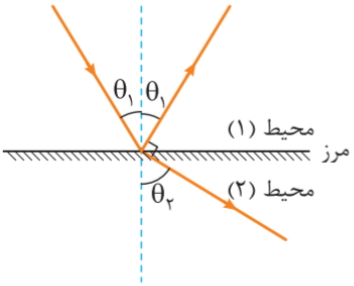
گام سوم: مطابق شکل زیر، مقدار و جهت انحراف پرتوی نهایی نسبت به پرتوی SI را به دست می‌آوریم:



بنابراین، پرتوی نور ورودی به محیط (۲) نسبت به پرتوی SI، ۱۵ درجه به صورت ساعتگرد منحرف شده است.

پاسخ سؤال ۳۰

با توجه به اطلاعات سؤال و تعبیر آن، مطابق شکل زیر داریم:



$$\theta_1 + \theta_2 + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \theta_1 + \theta_2 = 90^\circ \Rightarrow \sin\theta_1 = \cos\theta_2$$

حالا طبق قانون شکست عمومی می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{v_2}{v_1} \xrightarrow{v_2=\sqrt{3}v_1} \frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \sqrt{3}$$

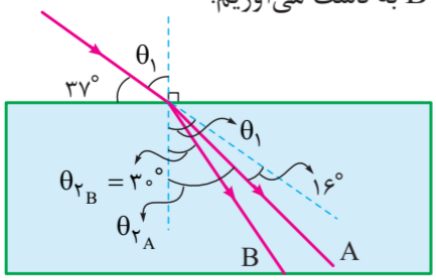
$$\xrightarrow{\sin\theta_1=\cos\theta_2} \frac{\sin\theta_2}{\cos\theta_2} = \tan\theta_2 = \sqrt{3} \Rightarrow \theta_2 = 60^\circ \ , \ \theta_1 = 30^\circ$$

حالا زاویهٔ بین جبههٔ موج در محیط (۲) با جبههٔ موج در محیط (۱) که همان زاویهٔ انحراف است را به دست می‌آوریم:

$$D = |\theta_2 - \theta_1| = 60 - 30 = 30^\circ$$

پاسخ سؤال ۳۱

گام اول: مطابق شکل زیر، زاویهٔ تابش و زاویهٔ شکست را برای هر یک از رنگ‌های A و B به دست می‌آوریم:



$$\theta_1 = 90 - 37 = 53^\circ$$

$$\theta_{2B} = 30^\circ$$

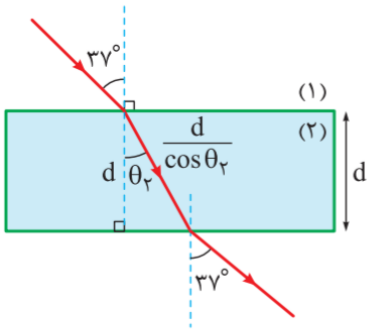
$$\theta_{2A} = \theta_1 - 16 = 53 - 16 = 37^\circ$$

گام دوم: طبق قانون شکست اسنل، ضریب شکست تیغه برای نورهای A و B را حساب می‌کنیم:

$$\underset{\text{هوا}}{n_1}\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2 \Rightarrow n_2 = n = \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} \Rightarrow \begin{cases} n_A = \dfrac{\sin 53^\circ}{\sin 37^\circ} = \dfrac{0/8}{0/6} = \dfrac{4}{3} \\ n_B = \dfrac{\sin 53^\circ}{\sin 30^\circ} = \dfrac{0/8}{0/5} = \dfrac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{8}{5}} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

پاسخ سؤال ۳۲

مطابق شکل زیر، ابتدا طبق قانون شکست عمومی می‌توانیم بنویسیم:



$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} \xrightarrow[\sin\theta_1=\sin 37^\circ=0/6]{v_1=c=3\times10^8} \frac{v_2}{3\times10^8}=\frac{\sin\theta_2}{0/6}$$

$$\Rightarrow v_2=5\times10^8\sin\theta_2$$

از طرفی با توجه به شکل بالا در می‌یابیم مسافتی که پرتو داخل تیغه طی می‌کند برابر است با $\frac{d}{\cos\theta_2}$ در نتیجه داریم:

$$v=\frac{L}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_2=\dfrac{d}{\cos\theta_2}}{\Delta t}=\frac{d}{\Delta t\times\cos\theta_2}$$

$$\xrightarrow[\Delta t=0/8ns=0/8\times10^{-9}s]{v_2=5\times10^8\sin\theta_2(m/s),\ d=10cm=0/1m} 5\times10^8\sin\theta_2=\frac{0/1}{0/8\times10^{-9}\times\cos\theta_2}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\sin\theta_2\times\cos\theta_2}_{\frac{1}{2}\sin 2\theta_2}=\frac{0/1}{0/8\times10^{-9}\times5\times10^8}=\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{2}\sin 2\theta_2=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \sin 2\theta_2=\frac{1}{2} \Rightarrow 2\theta_2=30^\circ \Rightarrow \theta_2=15^\circ$$

حالا زاویهٔ انحراف را حساب می‌کنیم:

$$D=|\theta_2-\theta_1|=37-15=22^\circ$$

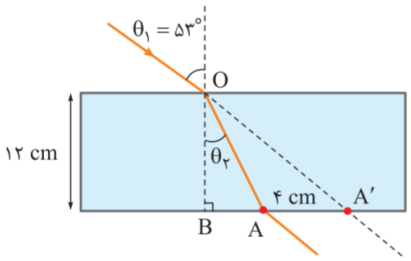
پاسخ سؤال ۳۳ - بخش ۱

پاسخ: گزینهٔ ۴

خودت حل کنی بهتره به کمک زاویهٔ متقابل به رأس، زاویهٔ 53° را در محیط شفاف بیابید و با استفاده از نسبت مثلثاتی $\tan 53^\circ$، به دنبال فاصلهٔ بین خط عمود بر سطح تیغه، تا نقطهٔ A باشید.

سپس با یافتن فاصلهٔ OA و $\sin\theta_2$ (θ_2 زاویهٔ شکست است) و به کار بردن رابطهٔ $\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{v_2}{v_1}$، تندی انتشار موج در محیط شفاف را به دست آورید تا بتوانید به کمک رابطهٔ $\Delta t=\frac{L}{v}$، زمان حرکت نور در محیط دوم به دست آید.

پاسخ تشریحی **گام اول:** به کمک شکل مقابل که در آن، مسیر پرتو شکسته‌شده و امتداد پرتو تابش در محیط (۲) مشخص شده است، زاویهٔ شکست (θ_2) را به دست می‌آوریم:



زاویهٔ BOA' با زاویهٔ θ_1، متقابل به رأس است. اندازهٔ ضلع BA' را به دست می‌آوریم:

$$\tan(BOA')=\tan(53^\circ)=\frac{BA'}{BO}$$

$$\Rightarrow \frac{BA'}{12}=\frac{4}{3} \Rightarrow BA'=16\,cm$$

از آن‌جا که $AA'=4\,cm$ است؛ بنابراین طول $BA=12\,cm$ است.

حال در مثلث BOA، طول مسیر OA و $\sin\theta_2$ را به دست می‌آوریم:

$$OA=\sqrt{AB^2+BO^2}=\sqrt{12^2+12^2}=12\sqrt{2}\,cm$$

$$\sin\theta_2=\frac{AB}{OA}=\frac{12}{12\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_2=45^\circ$$

گام دوم: به کمک رابطهٔ $\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{v_2}{v_1}$، تندی انتشار موج در محیط دوم را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}=\frac{v_2}{c} \Rightarrow \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sin(53^\circ)}=\frac{v_2}{3\times10^8} \Rightarrow v_2=\frac{3\times10^8\times\frac{\sqrt{2}}{2}}{0/8}=\frac{15\sqrt{2}}{8}\times10^8\,m/s$$

پاسخ سؤال ۳۳ - بخش ۲

گام سوم: حالا نوبت آن است که مدت‌زمان پیمودن مسیر OA را به دست آوریم:

$$\Delta t = \frac{L_{OA}}{v} \Rightarrow \Delta t = \frac{۱۲\sqrt{۲}\times ۱۰^{-۲}}{\frac{۱۵\sqrt{۲}}{۸}\times ۱۰^{۸}} = \frac{۹۶}{۱۵}\times ۱۰^{-۱۰}\,s = \frac{۹۶۰۰}{۱۵}\,ps = ۶۴۰\,ps$$

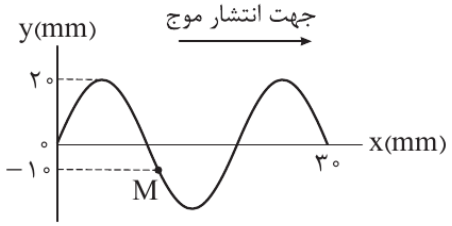
۴۶- در یک تشت موج، امواج تشکیل‌شده در سطح آب از ناحیهٔ عمیق وارد ناحیهٔ کم‌عمق می‌شوند و طول موج آن‌ها ۲۰ درصد تغییر می‌کند. اگر تندی انتشار موج در ناحیهٔ عمیق $۱/۲\ m/s$ باشد، تندی انتشار آن در ناحیهٔ کم‌عمق چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۱/۴۴ ۳) ۱ ۴) ۰/۹۶

۴۷- در سیمی به چگالی $۶/۴\ g/cm^۳$، شعاع مقطع $۱\ mm$ و نیروی کشش $۳۰۰N$، موج عرضی با بسامد $۲۵Hz$ ایجاد شده است. هنگام انتشار این موج در سیم، فاصلهٔ یک قله از درهٔ مجاور آن چند متر است؟ $(\pi = ۳)$

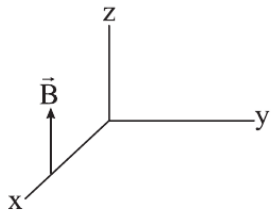
۱) ۵۰ ۲) ۲۵ ۳) ۵ ۴) ۲/۵

۴۸- نقش موج عرضی منتشرشده در تاری در مبدأ زمان به شکل زیر است. اگر اندازهٔ نیروی کشش تار $۸N$، و چگالی خطی جرم تار $۲۰\ g/m$ باشد، در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰/۲۵\ ms$ تا $t_۲ = ۰/۵\ ms$ نوع حرکت نقطهٔ M چگونه است؟



۱) ابتدا کندشونده، سپس تندشونده
۲) ابتدا تندشونده، سپس کندشونده
۳) پیوسته کندشونده
۴) پیوسته تندشونده

۴۹- شکل زیر، میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی سینوسی با بسامد $۱۰۰\ MHz$ را در نقطه‌ای معین و دور از چشمه، در یک لحظه نشان می‌دهد. اگر موج، انرژی را در خلاف جهت محور x انتقال دهد، جهت میدان الکتریکی این موج در همین نقطه و پس از گذشت $۵\ ns$ کدام است؟



۱) جهت مثبت محور z
۲) خلاف جهت محور z
۳) جهت مثبت محور y
۴) خلاف جهت محور y

۵۰- توان یک چشمهٔ صوت $۰/۶\ W$ است. اگر در یک فضای باز شنونده‌ای در فاصلهٔ $۲۰\ m$ از چشمه، صوت را با تراز $۸۰\ dB$ دریافت کند، چند درصد از توان چشمه توسط محیط جذب شده است؟ $(\pi = ۳ , I_۰ = ۱۰^{-۱۲}\ W/m^۲)$

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

۵۱- اگر شدت صوتی $۱۰^{-۳}\ \mu W/m^۲$ افزایش یابد، تراز شدت آن $۱dB$ افزایش می‌یابد. شدت صوت اولیه چند وات بر متر مربع است؟ $(\log ۲ = ۰/۳ , I_۰ = ۱۰^{-۱۲}\ W/m^۲)$

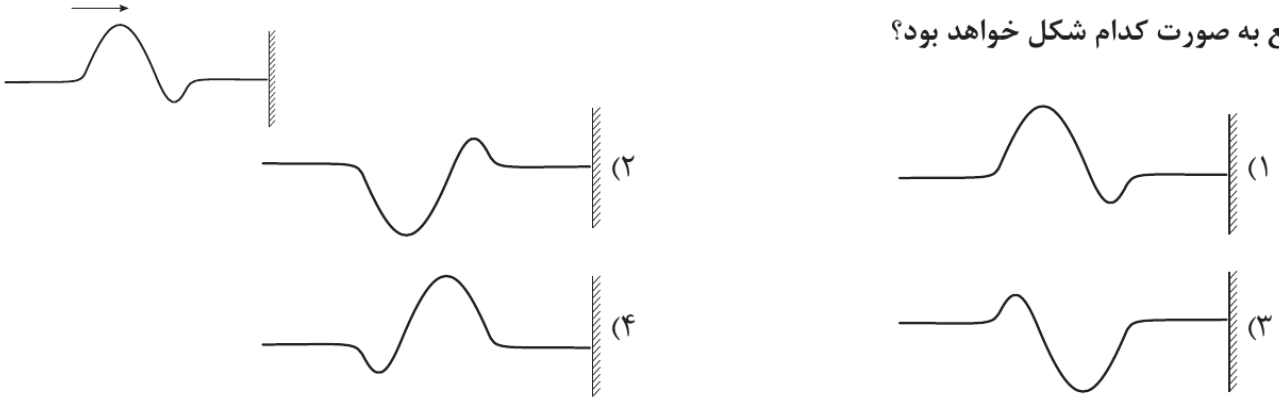
۱) ۴×۱۰^{-۳} ۲) ۵×۱۰^{-۳} ۳) ۴×۱۰^{-۹} ۴) ۵×۱۰^{-۹}

محل انجام محاسبات

آزمون جامع پایان فصل

آزمون جامع پایان فصل - صفحهٔ ۲

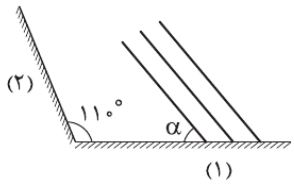
۵۲- در شکل زیر، یک تپ در طناب کشیده‌شده‌ای که انتهای آن ثابت است، در حال پیشروی است. تپ بازتاب‌شده از مانع به صورت کدام شکل خواهد بود؟



۵۳- اساس کار رادار دوپلری و میکروفون سهموی به ترتیب از راست به چپ، بازتاب کدام امواج است؟

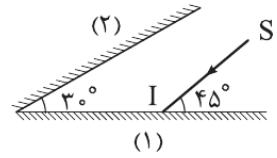
۱) مکانیکی، مکانیکی
۲) الکترومغناطیسی، الکترومغناطیسی
۳) الکترومغناطیسی، مکانیکی
۴) مکانیکی، الکترومغناطیسی

۵۴- در شکل زیر، جبهه‌های موج تختی با زاویهٔ α به آینهٔ (۱) تابیده است. اگر جبهه‌های موج پس از بازتاب از آینهٔ (۲)، موازی آینهٔ (۱) باشند، α چند درجه است؟



۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۷۰

۵۵- در شکل زیر، پرتو SI به آینهٔ (۱) می‌تابد. پرتو نهایی بازتاب‌شده از آینه‌ها با پرتو SI زاویهٔ چند درجه می‌سازد؟ (طول آینه‌ها به اندازهٔ کافی بلند است.)



۱) ۹۰
۲) ۱۲۰
۳) ۱۳۵
۴) ۱۵۰

۵۶- خودرویی با تندی ثابت v به سمت صخره‌ای قائم در حال حرکت است. در لحظه‌ای که فاصلهٔ خودرو تا صخره ۱۸ m است، یک موج صوتی توسط رانندهٔ خودرو تولید می‌شود. بیشینهٔ v چند کیلومتر بر ساعت باشد تا راننده پژواک صدای تولیدی را از صدای اصلی تمییز دهد؟ (تندی انتشار صوت در هوا ۳۴۰ m / s است.)

۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) ۷۲
۴) ۱۴۴

۵۷- برای مکان‌یابی پژواکی جسمی کروی به قطر ۲ cm در آب از امواج فراصوتی استفاده می‌شود. برای تشخیص این جسم، بسامد این امواج برابر با چه تعداد از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟ (تندی انتشار صوت در آب ۱۵۰۰ m / s است.)

الف) ۲۵ kHz
ب) ۷۵ kHz
پ) ۱۲۵ kHz
ت) ۲۵۰ kHz

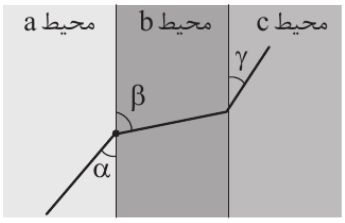
۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

محل انجام محاسبات

۵۸- بسامد نوری در خلأ ۵۰۰ THz است و طول موج آن در مایعی ۴۵۰ nm است. ضریب شکست این مایع کدام است؟ $(c = ۳\times ۱۰^{۸}\ m/s)$

۱) $\frac{۵}{۴}$ ۲) $\frac{۵}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۵۹- در شکل زیر جبههٔ موجی با عبور از محیط اولیهٔ a، از طریق محیط b، وارد محیط c شده است. کدام مورد دربارهٔ این موج درست است؟ $(\beta > \alpha > \gamma)$



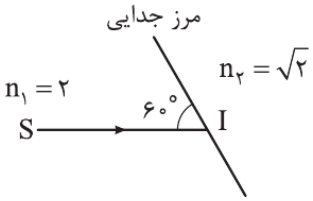
۱) بسامد موج در محیط a بیشتر از بسامد آن در محیط b است.

۲) دورهٔ موج در محیط b بیشتر از دورهٔ آن در محیط c است.

۳) تندی انتشار موج در محیط a بیشتر از تندی انتشار آن در محیط b است.

۴) طول موج در محیط b بیشتر از طول موج آن در محیط c است.

۶۰- در شکل زیر، پرتو نور SI از محیط (۱) به محیط (۲) می‌تابد. پرتو نور ورودی به محیط (۲) نسبت به پرتو SI، چند درجه و در چه جهتی منحرف می‌شود؟



۱) ۱۵، ساعتگرد

۲) ۱۵، پادساعتگرد

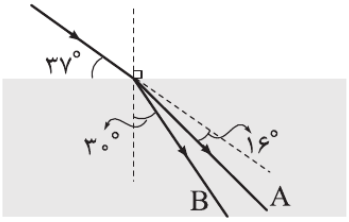
۳) ۳۰، ساعتگرد

۴) ۳۰، پادساعتگرد

۶۱- تندی انتشار موج در محیط (۲)، $\sqrt{۳}$ برابر تندی انتشار موج در محیط (۱) است. جبهه‌های موج تختی از محیط (۱) به محیط (۲) می‌تابند. بخشی از جبهه‌های موج وارد محیط (۲) شده و بخشی از آن‌ها بازتاب می‌شوند. اگر جبهه‌های موج شکست‌یافته، بر جبهه‌های موج بازتابیده عمود باشند، زاویهٔ بین راستای جبهه‌های موج شکست‌یافته با راستای جبهه‌های موج تابیده چند درجه است؟ (مرز بین دو محیط، یک سطح صاف است.)

۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰

۶۲- در شکل زیر باریکهٔ نوری متشکل از دو پرتو نور تک رنگ A و B از هوا بر تیغهٔ تختی می‌تابد. ضریب شکست این تیغه برای نور A چند برابر ضریب شکست آن برای نور B است؟ $(\sin ۵۳^\circ = ۰/۸)$

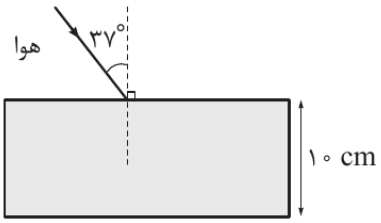


۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۶}{۵}$

۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۸}{۵}$

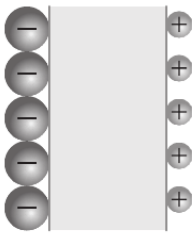
محل انجام محاسبات

۶۳- در شکل زیر، پرتو نوری با زاویهٔ تابش 37° از هوا وارد تیغهٔ تختی به ضخامت $10\ cm$ می‌شود. اگر مدت‌زمان حرکت این پرتو درون تیغه برابر $0/8\ ns$ باشد، پرتو هنگام خروج از تیغه چند درجه منحرف می‌شود؟ $(\sin 37^\circ = 0/6 , c = 3\times10^8\ m/s)$



۱) ۷
۲) ۱۶
۳) ۲۲
۴) ۳۰

۶۴- غشای یاختهٔ عصبی شکل زیر، دارای ثابت دی‌الکتریک ۳، ضخامت $10\ nm$ و مساحت سطح $10^{-10}\ m^2$ است. تعداد یون‌های لازم در یک سمت این غشا برای آن‌که در دو سر غشا، اختلاف پتانسیل الکتریکی $80\ mV$ ایجاد شود، کدام است؟ $(e = 1/6\times10^{-19}\ C ، \varepsilon_0 = 9\times10^{-12}\ F/m$ و هر یون یک بار یونیده می‌شود.)



۱) $1/35\times10^6$
۲) $1/35\times10^5$
۳) $4/5\times10^6$
۴) $4/5\times10^5$

۶۵- فاصلهٔ بین صفحات خازن تختی $6\ mm$، مساحت هر یک از صفحه‌های آن $20\ cm^2$ و بین صفحات آن هوا است. صفحات این خازن به یک باتری با اختلاف پتانسیل $25\ V$ متصل است. اگر در همین حالت، فاصلهٔ بین صفحات آن $2\ mm$ کاهش یابد، بار ذخیره‌شده روی صفحات خازن چند پیکوکولن تغییر می‌کند؟ $(\varepsilon_0 = 9\times10^{-12}\ \frac{C^2}{N.m^2})$

۱) ۲۵
۲) ۳۷/۵
۳) ۵۰
۴) ۱۵۰

۶۶- دو سر یک خازن تخت که بین صفحه‌های آن هوا است، به پایانه‌های یک باتری ۲۰ولتی وصل است. اگر در همین حالت یک دی‌الکتریک با ثابت $\kappa = 3/5$ را در فضای بین صفحات خازن قرار دهیم، بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن و میدان الکتریکی میان صفحه‌های آن، به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شوند؟

۱) $1 , \frac{7}{2}$
۲) $\frac{2}{7} , \frac{7}{2}$
۳) $1 , \frac{2}{7}$
۴) $1 , \frac{7}{2}$

۶۷- دو صفحهٔ خازن تختی با ظرفیت $5\ \mu F$ را که بین صفحه‌های آن هوا است، به پایانه‌های یک باتری وصل می‌کنیم تا بار الکتریکی ذخیره‌شده در آن $60\ \mu C$ شود، سپس خازن را از باتری جدا می‌کنیم. اگر در همین حالت فاصلهٔ بین صفحات را نصف کرده و فضای بین صفحات را با عایقی با ثابت دی‌الکتریک ۱/۵ پر کنیم، اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ خازن چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۴ ولت افزایش می‌یابد.
۲) ۴ ولت کاهش می‌یابد.
۳) ۸ ولت افزایش می‌یابد.
۴) ۸ ولت کاهش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

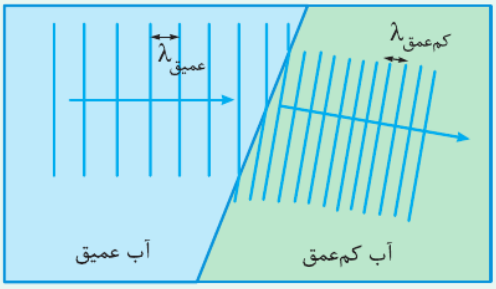
۴۶ در یک تشت موج، امواج تشکیل‌شده در سطح آب از ناحیهٔ عمیق وارد ناحیهٔ کم‌عمق می‌شوند و طول موج آن‌ها ۲۰ درصد تغییر می‌کند. اگر تندی انتشار موج در ناحیهٔ عمیق $۱/۲\ m/s$ باشد، تندی انتشار آن در ناحیهٔ کم‌عمق چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۱/۴۴

۳) ۱ ۴) ۰/۹۶

کافیه از رابطهٔ $v=\lambda f$ ، تندی موج رو در دو ناحیهٔ عمیق و کم‌عمق مقایسه کنی و حواست به ثابت‌بودن بسامد (فرکانس) هم باشه.

با ورود موج به بخش کم‌عمق، تندی انتشار موج سطحی کاهش می‌یابد. آن بخش از جبههٔ موج که زودتر به ناحیهٔ کم‌عمق می‌رسد، چون با تندی کم‌تر حرکت می‌کند، از بقیهٔ جبههٔ موج که هنوز وارد این ناحیه نشده، عقب می‌افتد و بنابراین فاصلهٔ بین جبهه‌های موج و در نتیجه طول موج کاهش پیدا می‌کند و در نتیجه جبهه‌های موج در مرز بین دو ناحیه تغییر جهت می‌دهند. از طرفی می‌دانیم که بسامد موج، وابسته به چشمهٔ موج بوده و با تغییر محیط، تغییر نمی‌کند، پس بسامد موج در ناحیهٔ عمیق با بسامد موج در ناحیهٔ کم‌عمق برابر است.



$$v=\lambda f \xrightarrow{f_{\text{عمیق}}=f_{\text{کم‌عمق}}} \frac{v_{\text{عمیق}}}{v_{\text{کم‌عمق}}}=\frac{\lambda_{\text{عمیق}}}{\lambda_{\text{کم‌عمق}}}$$

حواستان باشد که تندی انتشار موج و طول موج به یک نسبت تغییر می‌کنند.

تذکر: اگر جبهه‌های موج، موازی با مرز بین دو محیط باشند، آن‌گاه جبهه‌های موج هنگام ورود به محیط جدید، تغییر جهت نمی‌دهند.

گام اول: چون موج از ناحیهٔ عمیق وارد ناحیهٔ کم‌عمق شده است؛ بنابراین طبق رابطهٔ $v=\lambda f$ و با توجه به ثابت‌بودن بسامد، تندی انتشار موج و طول موج کاهش می‌یابند و داریم:

$$\lambda_{\text{کم‌عمق}}=(1-\frac{20}{100})\lambda_{\text{عمیق}} \Rightarrow \frac{\lambda_{\text{کم‌عمق}}}{\lambda_{\text{عمیق}}}=0/8$$

گام دوم: می‌دانیم طول موج و تندی انتشار موج به یک نسبت تغییر می‌کنند و داریم:

$$\frac{v_{\text{کم‌عمق}}}{v_{\text{عمیق}}}=\frac{\lambda_{\text{کم‌عمق}}}{\lambda_{\text{عمیق}}}=0/8 \Rightarrow v_{\text{کم‌عمق}}=0/8 v_{\text{عمیق}}=0/8\times 1/2=0/96\ m/s$$

اگر به اشتباه، تغییر طول موج رو افزایشی بگیری، اون وقت در دام گزینهٔ (۲) گرفتار می‌شی.

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۲

۴۱ در سیمی به چگالی $6/4\ g/cm^3$، شعاع مقطع $1\ mm$ و نیروی کشش $300N$، موج عرضی با بسامد $25Hz$ ایجاد شده است. هنگام انتشار این موج در سیم، فاصلهٔ یک قله از درهٔ مجاور آن چند متر است؟ $(\pi = 3)$

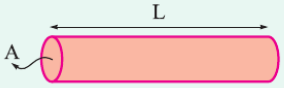
۱) ۵۰ ۲) ۲۵ ۳) ۵ ۴) ۲/۵

به کمک اطلاعات داده‌شده از محیط انتشار موج (سیم)، تندی انتشار موج رو حساب کن و از طریق رابطهٔ $v = \lambda f$، طول موج رو به دست بیار، آخرش هم فاصلهٔ یک قله از درهٔ مجاورش رو برحسب λ بگو و تمام.

تندی انتشار موج عرضی در یک فنر، تار یا ریسمان کشیده‌شده به نیروی کشش (F) برحسب (N) و چگالی خطی $(\mu = \frac{m}{L})$ برحسب (kg/m) بستگی دارد و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\mu=\frac{m}{L}} v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$$

اگر تار یا ریسمان را استوانه‌ای به طول L و سطح مقطع A در نظر بگیریم، داریم:



حجم ریسمان یا تار: $V = AL \xrightarrow[\text{چگالی ریسمان یا تار}=\rho]{V=\frac{m}{\rho}} \frac{m}{\rho} = AL \Rightarrow \frac{L}{m} = \frac{1}{A\rho} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{A\rho}}$

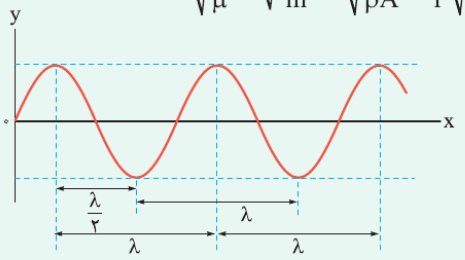
اگر شعاع سطح مقطع را r در نظر بگیریم، با توجه به این که $A = \pi r^2$ است، داریم:

$$v = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}} \xrightarrow[\text{قطرمقطع}=D]{r=\frac{D}{2}} v = \frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$$

(دیگه خیالت همه جوره راحت باشه!)

$$\xrightarrow{\text{جمع‌بندی}} v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}} = \frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$$

برای یک موج عرضی، این فاصله‌ها رو به یاد بسپار:



۱) فاصلهٔ هر قله از قلهٔ مجاورش برابر λ است.

۲) فاصلهٔ هر دره از درهٔ مجاورش برابر λ است.

۳) فاصلهٔ بین یک قله از درهٔ مجاورش $\frac{\lambda}{2}$ است.

حواستان باشد که موج در هر بار نوسان کامل چشمه، به اندازهٔ یک طول موج (λ) پیشروی می‌کند.

گام اول: به کمک رابطهٔ $v = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$ برای تندی انتشار موج عرضی در سیم داریم:

$$v = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}} = \frac{1}{1\times10^{-3}}\sqrt{\frac{300}{6/4\times10^3\times3}} = 10^3\times\frac{1}{8} = 125\ m/s$$

گام دوم: طبق رابطهٔ $v = \lambda f$، طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{125}{25} = 5\ m$$

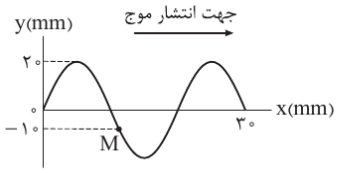
گام سوم: می‌دانیم در یک موج عرضی، فاصلهٔ بین هر قله از درهٔ مجاورش برابر با نصف طول موج است؛ بنابراین داریم:

$$\text{فاصلهٔ قله از درهٔ مجاورش} = \frac{\lambda}{2} = 2/5\ m$$

اگر فاصلهٔ بین یک قله از درهٔ مجاور اون رو به اشتباه λ فرض کنی یا حتی اگر بلافاصله بعد از پیداکردن λ بخوای بری سراغ گزینه‌ها، در دام گزینهٔ (۳) میفتی.

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۳

۴/ نقش موج عرضی منتشرشده در تاری در مبدأ زمان به شکل زیر است. اگر اندازهٔ نیروی کشش تار ۸N، و چگالی خطی جرم تار $۲۰\ g/m$ باشد، در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰/۲۵\ ms$ تا $t_۲ = ۰/۵\ ms$ نوع حرکت نقطهٔ M چگونه است؟



۱) ابتدا کندشونده، سپس تندشونده

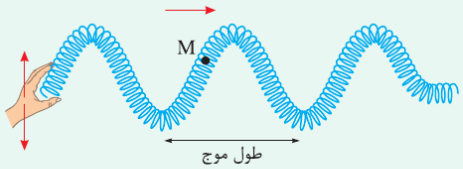
۲) ابتدا تندشونده، سپس کندشونده

۳) پیوسته کندشونده

۴) پیوسته تندشونده

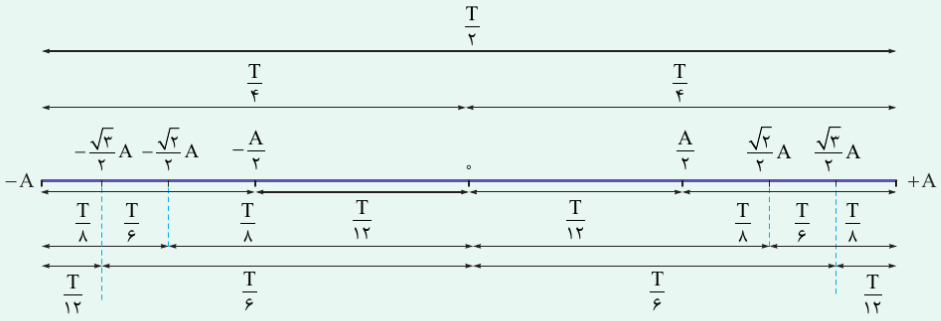
از روی نمودار، طول موج رو حساب کن، بعد با پیداکردن تندی انتشار موج و به کمک طول موج، دورهٔ تناوب رو به دست بیار. آخر سر به کمک زمان‌های داده‌شده، مکان نوسانی نقطهٔ M رو پیدا کن و نوع حرکتش رو تحلیل کن.

اگر مطابق شکل، یک سر فنر بلند و کشیده‌شده‌ای را با حرکت هماهنگ ساده، پیاپی به بالا و پایین حرکت دهیم، موج عرضی پیوسته‌ای در طول فنر منتشر می‌شود.



هیچ‌یک از ذرات تشکیل‌دهندهٔ محیط در جهت انتشار موج منتقل نمی‌شوند و فقط به تقلید از نوسان چشمه، در جای خود به بالا و پایین حرکت می‌کنند. اگر جهت انتشار موج به سمت راست باشد، نقطهٔ M از همسایگان چپ خود تقلید می‌کند. مثلاً در شکل نشان داده شده، موج به سمت راست در حال انتشار است و چون همسایگان چپ نقطهٔ M از آن پایین‌تر هستند، پس جهت حرکت نقطهٔ M در این لحظه به سمت پایین است. ضمناً اگر جهت انتشار موج به سمت چپ باشد، نقطهٔ M از همسایگان راست خود تقلید می‌کند. اگر در شکل بالا، موج به سمت چپ در حال انتشار باشد، آن‌گاه چون همسایگان راست نقطهٔ M بالاتر از آن هستند، پس جهت حرکت نقطهٔ M در این لحظه به سمت بالا خواهد بود.

این زمان‌های مهم نوسان رو به یاد داشته باش:



گام اول: ابتدا تندی انتشار موج عرضی در سیم را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{۸}{۲۰\times۱۰^{-۳}}} = \sqrt{۴\times۱۰^{۲}} \Rightarrow v = ۲۰\ m/s$$

گام دوم: با توجه به نمودار، طول موجِ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۳}{۲}\lambda = ۳۰ \Rightarrow \lambda = ۲۰mm \Rightarrow \lambda = ۲\times۱۰^{-۲}m$$

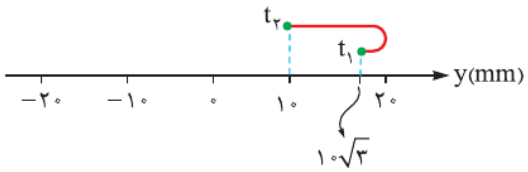
گام سوم: به کمک رابطهٔ $T = \frac{\lambda}{v}$، دورهٔ تناوب هر یک از اجزای محیط را به دست می‌آوریم و زمان‌های $t_۱$ و $t_۲$ را برحسب دورهٔ تناوب می‌نویسیم:

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{۲\times۱۰^{-۲}}{۲۰} = ۱۰^{-۳}s = ۱\ ms$$

$$\frac{t_۱}{T} = \frac{۰/۲۵}{۱} \Rightarrow t_۱ = \frac{T}{۴} \xrightarrow{\frac{T}{۴}=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۶}} t_۱ = \frac{T}{۱۲} + \frac{T}{۶}$$

$$\frac{t_۲}{T} = \frac{۰/۵}{۱} \Rightarrow t_۲ = \frac{T}{۲} \Rightarrow t_۲ - t_۱ = \frac{T}{۲} - \frac{T}{۴} \Rightarrow t_۲ - t_۱ = \frac{T}{۴} \xrightarrow{\frac{T}{۴}=\frac{T}{۶}+\frac{T}{۱۲}} t_۲ - t_۱ = \frac{T}{۶} + \frac{T}{۱۲}$$

چون نقش موج در مبدأ زمان نشان داده شده است؛ بنابراین باید موقعیت نقطهٔ M را در لحظهٔ t_1 به دست آوریم. با توجه به شکل، در لحظهٔ صفر ثانیه، نقطهٔ M در موقعیت نوسانی $-\frac{A}{2}$ قرار داشته و در حال حرکت به سمت بالا است. از طرفی چون $t_1 = \frac{T}{12} + \frac{T}{6}$ است، پس نقطهٔ M از مکان $-10\ mm$, $(-\frac{A}{2})$ به مکان $10\sqrt{3}\ mm$ $(+\frac{\sqrt{3}}{2}A)$ جابه‌جا می‌شود. در ادامه چون $t_2 - t_1 = \frac{T}{6} + \frac{T}{12}$ است، پس نقطهٔ M بعد از قرارگرفتن در مکان $10\sqrt{3}\ mm$، ابتدا به مکان $20\ mm$, $(+A)$ رفته سپس به مکان $10mm$,$(+\frac{A}{2})$ برمی‌گردد:

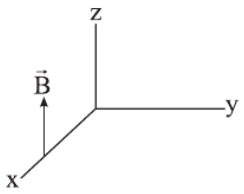


گام چهارم: در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، نقطهٔ M ابتدا به نقطهٔ بازگشتی $20\ mm$ رفته و سپس تغییر جهت داده و به نقطهٔ $10\ mm$ برمی‌گردد. پس نوع حرکت نقطهٔ M در این بازهٔ زمانی، ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

سمی‌ترین گزینهٔ دام‌دار، گزینهٔ (۲) هست. متاسفانه خیلی از بچه‌ها میان $\frac{t_2 - t_1}{T}$ رو به دست میارن و از محل نشان داده شدهٔ نقطهٔ M در شکل شروع به تحلیل می‌کنن و نهایتاً در دام گزینهٔ (۲) گرفتار می‌شن. دریغ از این‌که ابتدا باید موقعیت نقطهٔ M را در لحظهٔ t_1 به دست آورند و از آن جا به بعد را بررسی کنند.

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۵

۴۴ شکل زیر، میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی سینوسی با بسامد ۱۰۰MHz را در نقطه‌ای معین و دور از چشمه، در یک لحظه نشان می‌دهد. اگر موج، انرژی را در خلاف جهت محور x انتقال دهد، جهت میدان الکتریکی این موج در همین نقطه و پس از گذشت ۵ns کدام است؟



۱) جهت مثبت محور z

۲) خلاف جهت محور z

۳) جهت مثبت محور y

۴) خلاف جهت محور y

به کمک بسامد، دوره رو حساب کن و در لحظهٔ ۵ ns جهت میدان مغناطیسی رو به دست بیار و با قاعدهٔ دست راست حلش کن.

برای تعیین جهت انتشار موج الکترومغناطیسی، چهار انگشت دست راست را طوری در جهت میدان الکتریکی قرار می‌دهیم که میدان مغناطیسی از پشت دست وارد و از کف دست خارج شود. جهت انگشت شست همان جهت انتشار موج را نشان می‌دهد.
در مدت زمان $\frac{T}{۲}$، جهت بردار میدان مغناطیسی و نیز بردار میدان الکتریکی، بدون تغییر اندازهٔ بردار، برعکس می‌شود.

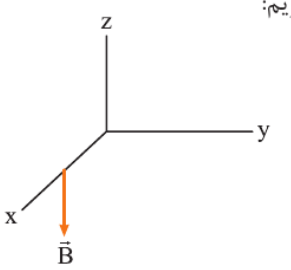
گام اول: ابتدا به کمک رابطهٔ $T = \frac{۱}{f}$، دورهٔ تناوب میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را به دست می‌آوریم:

$$T = \frac{۱}{f} = \frac{۱}{۱۰۰\times۱۰^{۶}} = ۱۰^{-۸}\,s$$

گام دوم: لحظهٔ $t = ۵\,ns$ را برحسب دورهٔ تناوب می‌نویسیم:

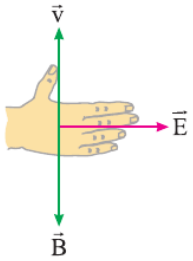
$$\frac{t}{T} = \frac{۵\times۱۰^{-۹}}{۱۰^{-۸}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow t = \frac{T}{۲}$$

گام سوم: در لحظهٔ $t = \frac{T}{۲}$، بدون تغییر در اندازه، جهت میدان مغناطیسی برعکس می‌شود و داریم:



پس در لحظهٔ $t = ۵\,ns$، میدان مغناطیسی در خلاف جهت محور z است.

گام چهارم: این‌که موج، انرژی را در خلاف جهت محور x انتقال می‌دهد، یعنی جهت انتشار موج در خلاف جهت محور x است.
با توجه به شکل زیر و به کمک قاعدهٔ دست راست، میدان الکتریکی در جهت مثبت محور y است.



پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۶

۵۰ توان یک چشمهٔ صوت $0/6\,W$ است. اگر در یک فضای باز شنونده‌ای در فاصلهٔ $20\,m$ از چشمه، صوت را با تراز $80\,dB$ دریافت کند، چند درصد از توان چشمه توسط محیط جذب شده است؟ $(\pi = 3\,,\ I_0 = 10^{-12}\ W/m^2)$

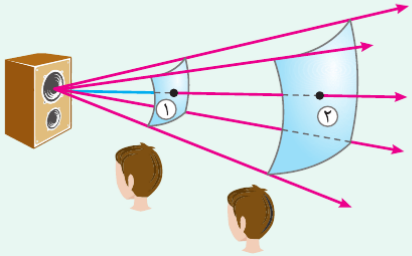
۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

به کمک تراز شدت صوت، شدت صوت و در نتیجه توان متوسط در فاصلهٔ ۲۰ متری رو حساب کن و با توان چشمه مقایسه کن.

شدت و تراز شدت صوت: انتشار صوت از هر چشمهٔ صوتی همراه با انتقال پی‌درپی انرژی از ناحیه‌ای از محیط به ناحیه‌ای دیگر از آن است. در واقع چشمهٔ صوت، این انرژی را با به حرکت درآوردن لایه‌ای از محیط که در تماس مستقیم با چشمه است، به محیط می‌دهد. انرژی از این لایه به لایهٔ بعدی و از آن‌جا به لایه‌های بعدتر منتقل و در تمام جهت‌ها منتشر می‌شود. شدت یک موج صوتی (I) در یک سطح، برابر با آهنگ متوسط انرژی‌ای است که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد یا از آن عبور می‌کند:

$$I = \frac{P_{av}}{A}$$ (شدت صوت)

که در آن P_{av} آهنگ متوسط انتقال انرژی و A مساحت سطحی است که صوت با آن برخورد می‌کند؛ بنابراین یکای شدت صوت، وات بر متر مربع (W/m^2) است.



با انتشار صوت از چشمه، انرژی به طور عمود، نخست از سطح (۱) و سپس از سطح (۲) که مساحت بیشتری دارد، می‌گذرد.

شدت صوت را می‌توان با یک آشکارساز اندازه گرفت. با اندازه‌گیری شدت صوت‌های مختلف در می‌یابیم که نسبت شدت‌های صوت در گسترهٔ شنوایی انسان می‌تواند در حدود 10^{12} باشد. برای بررسی چنین گسترهٔ وسیعی از شدت‌ها راحت‌تر آن است که از لگاریتم (در پایهٔ ۱۰) استفاده کنیم. یعنی به جای شدت I یک موج صوتی، ساده‌تر این است که از تراز شدت صوت (تراز صوتی) که به صورت زیر تعریف می‌شود، استفاده کنیم:

$$\beta = (10\,dB)\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$ (تراز شدت صوت)

که در آن dB مخفف دسی بل، یکای تراز شدت صوت است که به افتخار الکساندر گراهام بل (۱۹۲۲ــ۱۸۴۷ م.) انتخاب شده است. همچنین I_0 شدت صوت مرجع $(1/00\times10^{-12}\ W/m^2)$ به این دلیل انتخاب شده است که نزدیک به حد پایین گسترهٔ شنیداری انسان است. یک موج صوتی با شدت $I = I_0$ تراز شدت صوتی برابر $0\,dB$ دارد.

وقتی بخشی از توان چشمه توسط محیط جذب شده است، ابتدا به کمک تراز شدت صوت داده‌شده، شدت صوت را در فاصلهٔ مورد نظر به دست آورید. سپس به کمک شدت صوت، توان متوسط رسیده به شخص را حساب کنید تا از چگونگی تغییر توان آگاه شوید.

گام اول: به کمک رابطهٔ $\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$، شدت صوت را در فاصلهٔ $r = 20\,m$ از چشمه به دست می‌آوریم:

$$\beta = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow 80 = 10\log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \Rightarrow \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) = 8 \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^8 \Rightarrow I = 10^{-4}\ W/m^2$$

گام دوم: به کمک شدت صوت به‌دست‌آمده داریم:

$$I = \frac{P_{av}}{A} \xrightarrow{A=4\pi r^2} 10^{-4} = \frac{P_{av}}{4\times3\times(20)^2} \Rightarrow P_{av} = 0/48\ W$$

پس توان متوسط دریافت شده در فاصلهٔ $r = 20\,m$ برابر با $P_{av} = 0/48\,W$ است.

گام سوم: با توجه به این که توان چشمهٔ صوت $P = 0/6\,W$ است. داریم:

درصد توان تلف‌شده توسط محیط : $P_{\text{اتلافی}} = \left(\frac{P_{av} - P}{P}\right)\times100 = \left(\frac{0/48 - 0/6}{0/6}\right)\times100 = -\%20$

اگر به جای درصد توان تلف‌شده در محیط، درصد توان رسیده به فاصلهٔ ۲۰ متری رو حساب کنی، در دام گزینهٔ (۴) می‌افتی.

۵۲ اگر شدت صوتی $۱۰^{-۳}\mu W/m^۲$ افزایش یابد، تراز شدت آن $۱dB$ افزایش می‌یابد. شدت صوت اولیه چند وات بر متر مربع است؟ $(\log ۲ = ۰/۳ , I_۰ = ۱۰^{-۱۲} W/m^۲)$

۱) ۴×۱۰^{-۳}

۲) ۵×۱۰^{-۳}

۳) ۴×۱۰^{-۹}

۴) ۵×۱۰^{-۹}

به کمک اختلاف تراز شدت صوت و توجه به ارتباط بین شدت صوت اولیه و ثانویه حلش کن.

اگر شدت صوتی از $I_۱$ به $I_۲$ تغییر کند، داریم:

$$\left.\begin{array}{l}\beta_۲ = ۱۰\log(\frac{I_۲}{I_۰})\\ \beta_۱ = ۱۰\log(\frac{I_۱}{I_۰})\end{array}\right\} \Rightarrow \beta_۲ - \beta_۱ = ۱۰\log(\frac{I_۲}{I_۰}) - ۱۰\log(\frac{I_۱}{I_۰}) \Rightarrow \Delta\beta = ۱۰\log(\frac{I_۲}{I_۱})$$

شدت صوت $۱۰^{-۳}\frac{\mu W}{m^۲} = ۱۰^{-۹} W/m^۲$ و تراز شدت صوت $۱dB$ افزایش یافته است؛ بنابراین داریم:

$$\Delta\beta = ۱۰\log(\frac{I_۲}{I_۱}) \xrightarrow{\Delta\beta = ۱dB\ ,\ I_۲ = I_۱ + ۱۰^{-۹}} ۱ = ۱۰\log(\frac{I_۱ + ۱۰^{-۹}}{I_۱}) \Rightarrow \log(\frac{I_۱ + ۱۰^{-۹}}{I_۱}) = ۰/۱ \quad (۱)$$

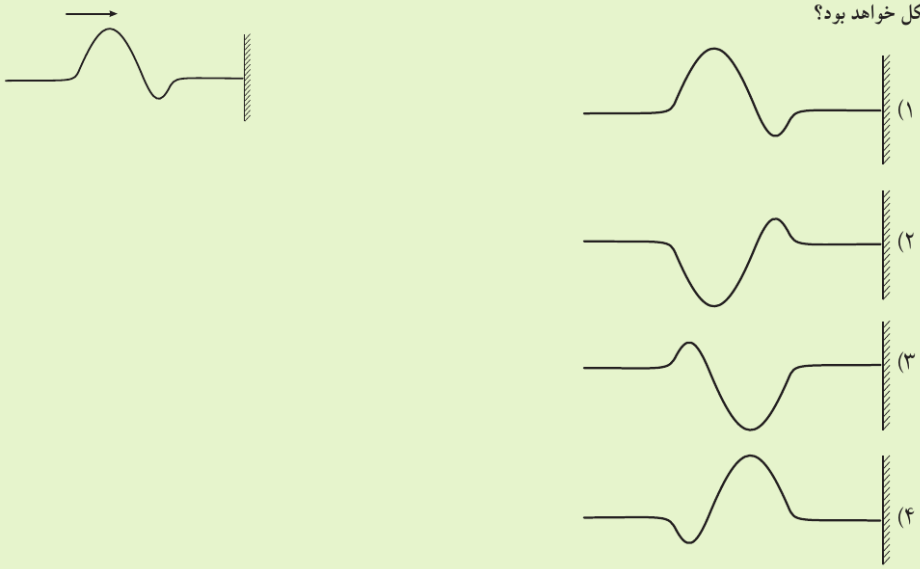
برای این‌که $۰/۱$ را برحسب $\log ۲ = ۰/۳$ به دست آوریم، داریم:

$$۰/۱ = ۱ - ۳(۰/۳) = \log ۱۰ - ۳\log ۲ = \log ۱۰ - \log ۸ \Rightarrow ۰/۱ = \log(\frac{۱۰}{۸}) \Rightarrow ۰/۱ = \log(\frac{۵}{۴})$$

$$\xrightarrow{(۱)} \log(\frac{I_۱ + ۱۰^{-۹}}{I_۱}) = \log(\frac{۵}{۴}) \Rightarrow \frac{I_۱ + ۱۰^{-۹}}{I_۱} = \frac{۵}{۴} \Rightarrow ۵I_۱ = ۴I_۱ + ۴\times ۱۰^{-۹} \Rightarrow I_۱ = ۴\times ۱۰^{-۹} W/m^۲$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۸

۵۱ در شکل زیر، یک تپ در طناب کشیده‌شده‌ای که انتهای آن ثابت است، در حال پیشروی است. تپ بازتاب‌شده از مانع به صورت کدام شکل خواهد بود؟



در بازتاب یک‌بعدی تپ از انتهای بسته، یک بار نسبت به محور عمودی و یک بار هم نسبت به محور افقی، شکل تپ رو قرینه می‌کنیم.

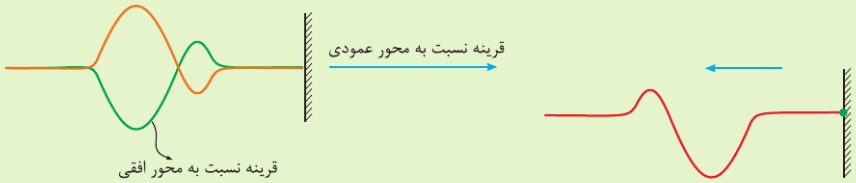
در بازتاب یک‌بعدی، برای رسم تپ بازتاب از انتهای بسته، از الگوریتم زیر استفاده می‌کنیم:

۱) تپ فرودی را در راستای طناب، نسبت به محور افقی قرینه کنید.

۲) شکل جدید را نسبت به محور عمود بر راستای طناب قرینه کنید.

ترتیب موارد (۱) و (۲) مهم نیست و می‌توانید برعکس نیز انجام دهید.

در بازتاب از انتهای بسته، قله به دره و نیز دره به قله تبدیل می‌شود.



در بازتاب از انتهای بسته، صفحهٔ کاغذ رو 180° بچرخون و شکلی که می‌بینی رو به ذهنت بسپار. صفحهٔ کاغذ رو به حالت اولش برگردون و اون‌چه که دیده بودی رو در گزینه‌ها علامت بزن.

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۹

۵۱ اساس کار رادار دوپلری و میکروفون سهموی به ترتیب از راست به چپ، بازتاب کدام امواج است؟

۱) مکانیکی، مکانیکی

۲) الکترومغناطیسی، الکترومغناطیسی

۳) الکترومغناطیسی، مکانیکی

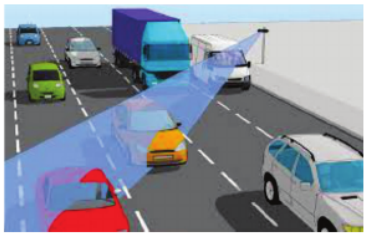
۴) مکانیکی، الکترومغناطیسی

اساس کار میکروفون سهموی، بر مبنای بازتاب امواج مکانیکی (صوتی) است و برای ثبت صداهای ضعیف استفاده می‌شود.



تصویری از یک میکروفون سهموی

اساس کار رادار دوپلری، بر مبنای بازتاب امواج الکترومغناطیسی است که برای تعیین تندی خودروها به کار می‌رود.

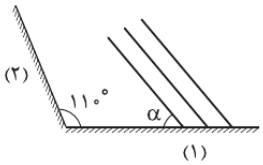


در جدول زیر، کاربرد و اساس کار وسایلی که در کتاب درسی مطرح شده است را برایتان آورده‌ایم:

نام وسیله	اساس کار	کاربرد
میکروفون سهموی	بازتاب امواج مکانیکی (صوتی)	ثبت صداهای ضعیف
لیتوتریپسی	بازتاب امواج مکانیکی (صوتی)	شکستن سنگ کلیه
رادار دوپلری	بازتاب امواج الکترومغناطیسی	تعیین تندی خودروها
اجاق خورشیدی	بازتاب امواج الکترومغناطیسی	گرم‌کردن و پختن غذا
آنتن‌های بشقابی	بازتاب امواج الکترومغناطیسی	دریافت سیگنال
تندی‌سنج شارش خون	بازتاب امواج مکانیکی (فراصوتی)	تعیین تندی شارش خون در رگ‌ها

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۰

۵۱ در شکل زیر، جبهه‌های موج تختی با زاویهٔ α به آینهٔ (۱) تابیده است. اگر جبهه‌های موج پس از بازتاب از آینهٔ (۲)، موازی آینهٔ (۱) باشند، α چند درجه است؟



۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۷۰

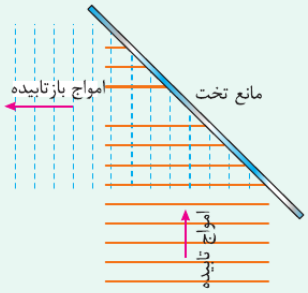
به کمک مدل پرتویی موج و با استفاده از قانون بازتاب عمومی، پرتوهای بازتاب از آینه (۱) و (۲) رو رسم کن و با موازی‌گرفتن پرتوی بازتاب آینهٔ (۲) با آینهٔ (۱) و چاشنی هندسه حلش کن.

بازتاب در دو بعد: با استفاده از جبهه‌های موج می‌توانیم به طور تجربی به رفتار موج در برخورد به یک مانع پی ببریم. طرح معادل دیگری برای نشان‌دادن رفتار موج، استفاده از نمودار پرتویی است. یک پرتو، پیکان مستقیمی عمود بر جبهه‌های موج است که جهت انتشار موج را نشان می‌دهد.

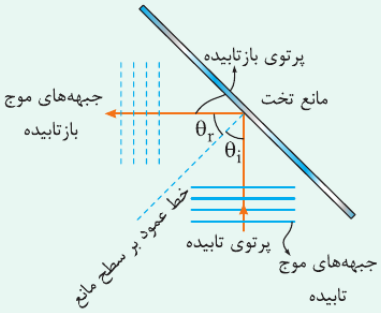
زاویهٔ بین خط عمود بر سطح مانع و پرتو تابیده برابر با زاویهٔ بین جبههٔ موج تابیده با سطح مانع بوده و زاویهٔ تابش (θ_i) نامیده می‌شود.

زاویهٔ بین خط عمود بر سطح مانع و پرتو بازتابیده برابر با زاویهٔ بین جبههٔ موج بازتابیده با سطح مانع بوده و زاویهٔ بازتابش (θ_r) نامیده می‌شود.

برای هر وضعیت مانع و همهٔ انواع موج، همواره زاویهٔ تابش برابر با زاویهٔ بازتابش است $(\theta_i = \theta_r)$ که به آن قانون بازتاب عمومی می‌گویند.



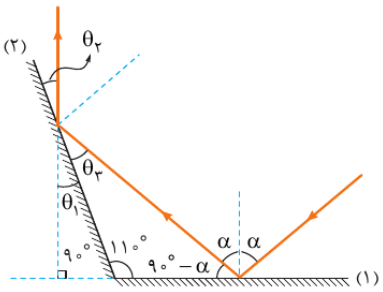
طرحی از جبهه‌های موج تابیده (خطوط توپر) و جبهه‌های موج بازتابیده (خطوط خط‌چین)



نمودار پرتویی همراه با جبهه‌های موج برای بازتاب امواج تخت از سطح مانعی تخت

برای سادگی، از نمودار پرتویی موج استفاده می‌کنیم. با توجه به شکل، چون زاویهٔ بین جبهه‌های موج تابیده به آینهٔ (۱) و سطح آن برابر α است، پس زاویهٔ بین پرتو تابیده و خط چین عمود بر سطح آینهٔ (۱) نیز برابر α می‌شود. امیدوارم حواستان باشد که چون جبهه‌های موج بازتابیده از سطح آینهٔ (۲)، موازی با آینهٔ (۱) هستند، پس راستای پرتو موج بازتابیده از سطح آینهٔ (۲) عمود بر سطح آینهٔ (۱) خواهد بود.

به کمک قانون بازتاب عمومی داریم:



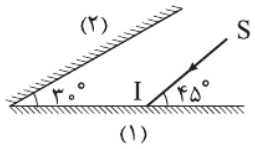
$$\theta_1 + 90^\circ = 110^\circ \Rightarrow \theta_1 = 20^\circ \xrightarrow{\theta_1 \text{ و } \theta_2 \text{ متقابل به رأس‌اند}} \theta_2 = \theta_1 = 20^\circ$$

زاویهٔ بین پرتو بازتابیده از سطح آینهٔ (۲) با سطح آینهٔ (۲) برابر با زاویهٔ بین پرتو تابیده به سطح آینهٔ (۲) با سطح آینهٔ (۲) است؛ بنابراین داریم:

$$\theta_3 = \theta_2 = 20^\circ \xrightarrow{\theta_3 + 110^\circ + 90^\circ - \alpha = 180^\circ} \alpha = \theta_3 + 20^\circ = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$$

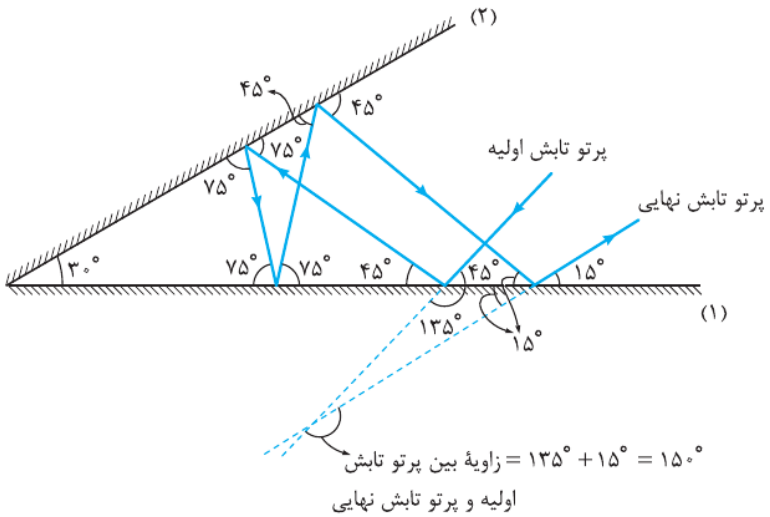
پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۱

۵۷ در شکل زیر، پرتو SI به آینهٔ (۱) می‌تابد. پرتو نهایی بازتاب‌شده از آینه‌ها با پرتو SI زاویهٔ چند درجه می‌سازد؟ (طول آینه‌ها به اندازهٔ کافی بلند است.)



۱) ۹۰
۲) ۱۲۰
۳) ۱۳۵
۴) ۱۵۰

به کمک قانون بازتاب عمومی داریم:



گام اول: ابتدا تعداد برخورد پرتو به دو آینه را به دست می‌آوریم.

$$n=[\frac{۱۸۰-\theta}{\alpha}]+۱ \Rightarrow n=[\frac{۱۳۵}{۳۰}]+۱=۵$$

گام دوم: حالا زاویهٔ بین پرتو نهایی با پرتو SI را حساب می‌کنیم.

$$D=(n-۱)\alpha+۲\beta \xrightarrow[\beta=۹۰^\circ-۴۵^\circ=۴۵^\circ]{n=۵,\alpha=۳۰^\circ} D=(۵-۱)\times ۳۰+۲\times ۴۵=۱۲۰^\circ+۹۰^\circ=۲۱۰^\circ \Rightarrow D=۳۶۰^\circ-۲۱۰^\circ=۱۵۰^\circ$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۲

۵۶ خودرویی با تندی ثابت v به سمت صخره‌ای قائم در حال حرکت است. در لحظه‌ای که فاصلهٔ خودرو تا صخره $18\ m$ است، یک موج صوتی توسط رانندهٔ خودرو تولید می‌شود. بیشینهٔ v چند کیلومتر بر ساعت باشد تا راننده پژواک صدای تولیدی را از صدای اصلی تمییز دهد؟ (تندی انتشار صوت در هوا $340\ m/s$ است.)

۱) ۲۰

۲) ۴۰

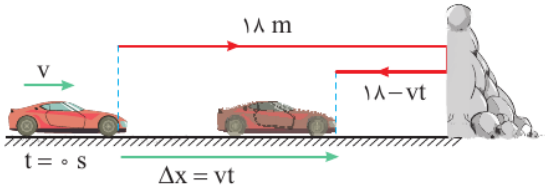
۳) ۷۲

۴) ۱۴۴

همین که بدونی زمان رفت و برگشت موج صوتی نباید کم‌تر از $0/1\ s$ باشد برای حل این سؤال کافیه.

پژواک: در برابر دیواره یا صخرهٔ بلندی که چند ده متر از شما فاصله دارد، بایستید و یک بار دست بزنید. پس از مدت زمان کوتاهی، بازتاب صدای دست‌زدن خود را خواهید شنید. اگر صوت پس از بازتاب، با یک تأخیر زمانی به گوش شنونده‌ای برسد که صوت اولیه را مستقیماً می‌شنود، به چنین بازتابی پژواک می‌گویند. اگر تأخیر زمانی بین این دو صوت کم‌تر از $0/1\ s$ باشد، گوش انسان نمی‌تواند پژواک را از صوت مستقیم اولیه تمییز دهد.

بهترین کار برای حل این سؤال مهم، استفاده از راهبرد رسم شکل است. مطابق شکل زیر، در مبدأ زمان که فاصلهٔ خودرو از صخره $18\ m$ است، راننده یک صوت تولید کرده که بعد از t ثانیه پژواک آن به گوش راننده رسیده است. اما در این مدت خودرو نیز با تندی ثابت v به اندازهٔ $\Delta x = vt$ به صخره نزدیک شده است؛ پس مسافت طی‌شده توسط صوت از مبدأ زمان تا لحظهٔ t برابر است با:



مسافت طی‌شده توسط صوت: $L = v_{\text{صوت}} \cdot t \Rightarrow 18+18-vt = 340t \Rightarrow (v+340)t = 36 \Rightarrow t = \dfrac{36}{v+340}$ (۱)

چون تندی خودرو بیشینه است، پس باید زمان به‌دست‌آمده در رابطهٔ (۱) حداقل مقدار ممکن یعنی $0/1\ s$ باشد؛ بنابراین داریم:

$$t = 0/1\ s \xrightarrow{(1)} \frac{36}{v+340} = 0/1 \Rightarrow v+340 = 360 \Rightarrow v = 20\ m/s$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل به کیلومتر بر ساعت}} v = 20 \times \frac{18}{5} = 72\ km/h$$

به احتمال خیلی زیاد، بیشتر بچه‌هایی که اقدام به حل این سؤال کرده‌اند، گزینهٔ (۱) را علامت زده و در دام طراح افتاده‌اند. چراکه تندی خودرو را به جای این که برحسب کیلومتر بر ساعت به دست آورند، فقط بر حسب متر بر ثانیه به دست آورده‌اند.

SanjeshCloud www.SanjeshCloud.ir

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۳

۵۱ برای مکان‌یابی پژواکی جسمی کروی به قطر $2\ cm$ در آب از امواج فراصوتی استفاده می‌شود. برای تشخیص این جسم، بسامد این امواج برابر با چه تعداد از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟ (تندی انتشار صوت در آب $1500\ m/s$ است.)

الف) $25\ kHz$

ب) $75\ kHz$

پ) $125\ kHz$

ت) $250\ kHz$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

برای تشخیص این جسم باید طول موج امواج گسیل‌شده کم‌تر یا مساوی ابعاد جسم باشد؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\lambda \le 0/02 \xrightarrow{\lambda=\frac{v}{f}} \frac{v}{f} \le 0/02 \xrightarrow{v=1500\ m/s} \frac{1500}{f} \le 0/02$$

$$\Rightarrow \frac{1500}{0/02} \le f \Rightarrow f \ge 75000Hz = 75kHz$$

بنابراین بسامد موج باید بزرگ‌تر یا مساوی $75kHz$ باشد؛ در نتیجه مقادیر $75kHz$، $125kHz$ و $250kHz$ قابل قبول هستند.

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۴

۵۷ بسامد نوری در خلأ ۵۰۰ THz است و طول موج آن در مایعی ۴۵۰ nm است. ضریب شکست این مایع کدام است؟ $(c = ۳\times۱۰^{۸}\ m/s)$

۱) $\frac{۵}{۴}$ ۲) $\frac{۵}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

گام اول: تندی انتشار نور را در مایع به دست می‌آوریم:

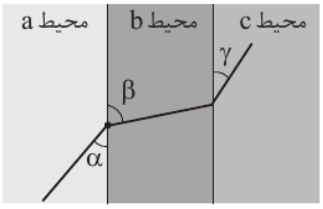
$$v = \lambda f \xrightarrow[f=۵۰۰THz=۵۰۰\times۱۰^{۱۲}Hz]{\lambda=۴۵۰\,nm=۴۵۰\times۱۰^{-۹}m} v = ۴۵۰\times۱۰^{-۹}\times۵۰۰\times۱۰^{۱۲} = ۲/۲۵\times۱۰^{۸}\ m/s$$

گام دوم: ضریب شکست مایع را حساب می‌کنیم:

$$n = \frac{c}{v} \xrightarrow[v=۲/۲۵\times۱۰^{۸}\,m/s]{c=۳\times۱۰^{۸}\,m/s} n = \frac{۳\times۱۰^{۸}}{۲/۲۵\times۱۰^{۸}} = \frac{۴}{۳}$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۵

۵۹ در شکل زیر جبههٔ موجی با عبور از محیط اولیهٔ **a**، از طریق محیط **b**، وارد محیط **c** شده است. کدام مورد دربارهٔ این موج درست است؟ $(\beta > \alpha > \gamma)$



۱) بسامد موج در محیط a بیشتر از بسامد آن در محیط b است.

۲) دورهٔ موج در محیط b بیشتر از دورهٔ آن در محیط c است.

۳) تندی انتشار موج در محیط a بیشتر از تندی انتشار آن در محیط b است.

۴) طول موج در محیط b بیشتر از طول موج آن در محیط c است.

می‌دانیم در اثر شکست موج، بسامد و دورهٔ تناوب موج که مربوط به چشمهٔ موج است، ثابت می‌ماند؛ بنابراین داریم:

$$f_a = f_b = f_c \ , \ T_a = T_b = T_c$$

در نتیجه گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست‌اند.

از طرفی می‌دانیم زاویهٔ جبههٔ موج با مرز دو محیط همان زاویهٔ پرتوی موج با خط عمود بر مرز دو محیط است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\beta > \alpha > \gamma \ \Rightarrow \ \theta_b > \theta_a > \theta_c \ \Rightarrow \ \sin\theta_b > \sin\theta_a > \sin\theta_c$$

در نتیجه طبق قانون شکست عمومی داریم:

$$v_b > v_a > v_c$$

بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

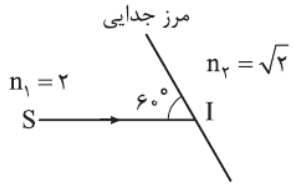
$$\xrightarrow{\lambda \propto v} \lambda_b > \lambda_a > \lambda_c$$

بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

دقت کنید که شکل، مربوط به جبهه‌های موج است نه پرتو. اگه حواست نباشه توی دام گزینهٔ (۳) می‌افتی.

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۶

۶۰ در شکل زیر، پرتو نور SI از محیط (۱) به محیط (۲) می‌تابد. پرتو نور ورودی به محیط (۲) نسبت به پرتو SI، چند درجه و در چه جهتی منحرف می‌شود؟



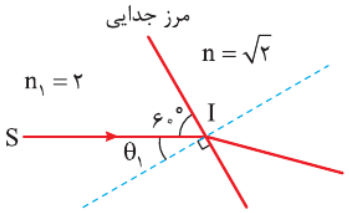
۱) ۱۵، ساعتگرد

۲) ۱۵، پادساعتگرد

۳) ۳۰، ساعتگرد

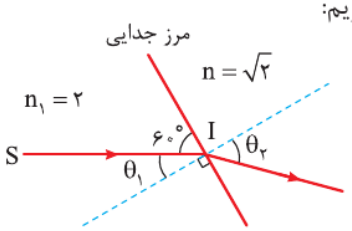
۴) ۳۰، پادساعتگرد

گام اول: زاویهٔ تابش $\theta_۱$ را به دست می‌آوریم. مطابق شکل زیر داریم:



$$\theta_۱ = ۹۰ - ۶۰ = ۳۰^\circ$$

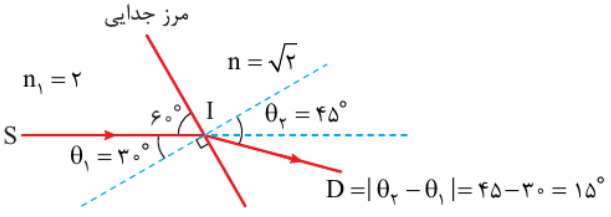
گام دوم: زاویهٔ شکست را به دست می‌آوریم. مطابق شکل زیر و طبق قانون شکست اسنل داریم:



$$n_۱ \sin\theta_۱ = n_۲ \sin\theta_۲ \Rightarrow ۲ \times \overbrace{\sin ۳۰^\circ}^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۲} \times \sin\theta_۲$$

$$\Rightarrow \sin\theta_۲ = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \theta_۲ = ۴۵^\circ$$

گام سوم: مطابق شکل زیر، مقدار و جهت انحراف پرتوی نهایی نسبت به پرتوی SI را به دست می‌آوریم:



بنابراین، پرتوی نور ورودی به محیط (۲) نسبت به پرتوی SI، ۱۵ درجه به صورت ساعتگرد منحرف شده است.

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۷

۶۱ تندی انتشار موج در محیط (۲)، $\sqrt{۳}$ برابر تندی انتشار موج در محیط (۱) است. جبهه‌های موج تختی از محیط (۱) به محیط (۲) می‌تابند. بخشی از جبهه‌های موج وارد محیط (۲) شده و بخشی از آن‌ها بازتاب می‌شوند. اگر جبهه‌های موج شکست‌یافته، بر جبهه‌های موج بازتابیده عمود باشند، زاویهٔ بین راستای جبهه‌های موج شکست‌یافته با راستای جبهه‌های موج تابیده چند درجه است؟ (مرز بین دو محیط، یک سطح صاف است.)

یعنی زاویهٔ انحراف پرتوی شکست نسبت به پرتوی تابیده‌شده چه‌قدر است؟

یعنی پرتوی شکست بر پرتوی بازتاب عمود باشد.

پس وقتی پرتوی موج از محیط (۱) وارد محیط (۲) می‌شه باید از خط عمود دورتر بشه ($\theta_۲ > \theta_۱$)

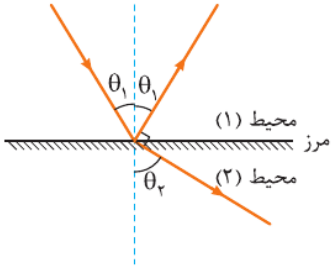
۱) ۱۵

۲) ۳۰

۳) ۶۰

۴) ۹۰

با توجه به اطلاعات سؤال و تعبیر آن، مطابق شکل زیر داریم:



$$\theta_۱ + \theta_۲ + ۹۰ = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow \theta_۱ + \theta_۲ = ۹۰^\circ \Rightarrow \sin\theta_۱ = \cos\theta_۲$$

حالا طبق قانون شکست عمومی می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱} = \frac{v_۲}{v_۱} \xrightarrow{v_۲ = \sqrt{۳}v_۱} \frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱} = \sqrt{۳}$$

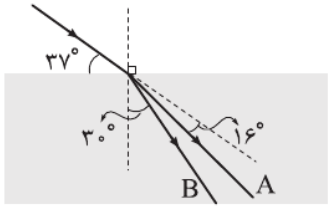
$$\xrightarrow{\sin\theta_۱ = \cos\theta_۲} \frac{\sin\theta_۲}{\cos\theta_۲} = \tan\theta_۲ = \sqrt{۳} \Rightarrow \theta_۲ = ۶۰^\circ \ , \ \theta_۱ = ۳۰^\circ$$

حالا زاویهٔ بین جبههٔ موج در محیط (۲) با جبههٔ موج در محیط (۱) که همان زاویهٔ انحراف است را به دست می‌آوریم:

$$D = |\theta_۲ - \theta_۱| = ۶۰ - ۳۰ = ۳۰^\circ$$

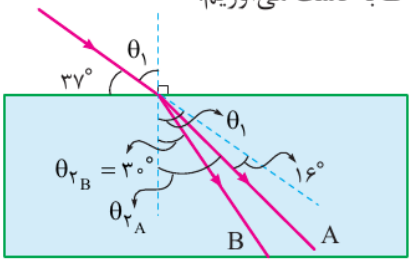
پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۸

۶۱ در شکل زیر باریکهٔ نوری متشکل از دو پرتو نور تک رنگ **A** و **B** از هوا بر تیغهٔ تختی می‌تابد. ضریب شکست این تیغه برای نور **A** چند برابر ضریب شکست آن برای نور **B** است؟ $(\sin ۵۳^\circ = ۰/۸)$



۱) $\frac{۵}{۶}$
۲) $\frac{۶}{۵}$
۳) $\frac{۵}{۸}$
۴) $\frac{۸}{۵}$

گام اول: مطابق شکل زیر، زاویهٔ تابش و زاویهٔ شکست را برای هر یک از رنگ‌های A و B به دست می‌آوریم:



$$\theta_۱ = ۹۰ - ۳۷ = ۵۳^\circ$$

$$\theta_{۲B} = ۳۰^\circ$$

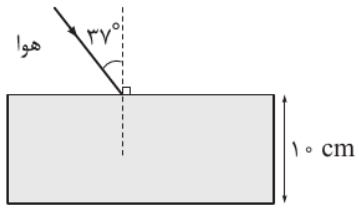
$$\theta_{۲A} = \theta_۱ - ۱۶ = ۵۳ - ۱۶ = ۳۷^\circ$$

گام دوم: طبق قانون شکست اسنل، ضریب شکست تیغه برای نورهای A و B را حساب می‌کنیم:

$$\underbrace{n_۱}_{۱} \sin\theta_۱ = n_۲ \sin\theta_۲ \Rightarrow n_۲ = n = \frac{\sin\theta_۱}{\sin\theta_۲} \Rightarrow \begin{cases} n_A = \frac{\sin ۵۳^\circ}{\sin ۳۷^\circ} = \frac{۰/۸}{۰/۶} = \frac{۴}{۳} \\ n_B = \frac{\sin ۵۳^\circ}{\sin ۳۰^\circ} = \frac{۰/۸}{۰/۵} = \frac{۸}{۵} \end{cases} \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \frac{\frac{۴}{۳}}{\frac{۸}{۵}} = \frac{۲۰}{۲۴} = \frac{۵}{۶}$$

پاسخنامهٔ آزمون جامع - صفحهٔ ۱۹

۶۱ در شکل زیر، پرتو نوری با زاویهٔ تابش 37° از هوا وارد تیغهٔ تختی به ضخامت $10\ cm$ می‌شود. اگر مدت‌زمان حرکت این پرتو درون تیغه برابر $0/8\ ns$ باشد، پرتو هنگام خروج از تیغه چند درجه منحرف می‌شود؟ $(\sin 37^\circ = 0/6\ ,\ c = 3\times10^8\ m/s)$



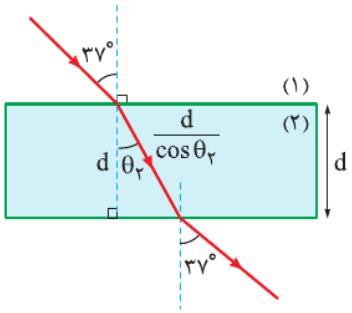
۱) ۷

۲) ۱۶

۳) ۲۲

۴) ۳۰

مطابق شکل زیر، ابتدا طبق قانون شکست عمومی می‌توانیم بنویسیم:



$$\frac{v_2}{v_1}=\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1}\xrightarrow[\sin\theta_1=\sin 37^\circ=0/6]{v_1=c=3\times10^8}\frac{v_2}{3\times10^8}=\frac{\sin\theta_2}{0/6}$$

$$\Rightarrow\ v_2=5\times10^8\sin\theta_2$$

از طرفی با توجه به شکل بالا در می‌یابیم مسافتی که پرتو داخل تیغه طی می‌کند برابر است با $\frac{d}{\cos\theta_2}$ در نتیجه داریم:

$$v=\frac{L}{\Delta t}\ \Rightarrow\ \frac{v_2=\frac{d}{\cos\theta_2}}{\Delta t}=\frac{d}{\Delta t\times\cos\theta_2}$$

$$\xrightarrow[\Delta t=0/8ns=0/8\times10^{-9}s]{v_2=5\times10^8\sin\theta_2\,(m/s)\ ,\ d=10\,cm=0/1\,m}5\times10^8\sin\theta_2=\frac{0/1}{0/8\times10^{-9}\times\cos\theta_2}$$

$$\Rightarrow\ \underbrace{\sin\theta_2\times\cos\theta_2}_{\frac{1}{2}\sin 2\theta_2}=\frac{0/1}{0/8\times10^{-9}\times5\times10^8}=\frac{1}{4}\ \Rightarrow\ \frac{1}{2}\sin 2\theta_2=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow\ \sin 2\theta_2=\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ 2\theta_2=30^\circ\ \Rightarrow\ \theta_2=15^\circ$$

حالا زاویهٔ انحراف را حساب می‌کنیم:

$$D=|\theta_2-\theta_1|=37-15=22^\circ$$